放射の反作用：
高強度レーザー電磁場中で輻射する電子模型

Radiation reaction:
radiating electron model in a high-intensity laser EM field

瀬戸慧大 (Keita Seto)

seto.keita@nifs.ac.jp

核融合科学研究所　プラズマ量子プロセスユニット

28.11.2025 NIFS 研究部セミナー

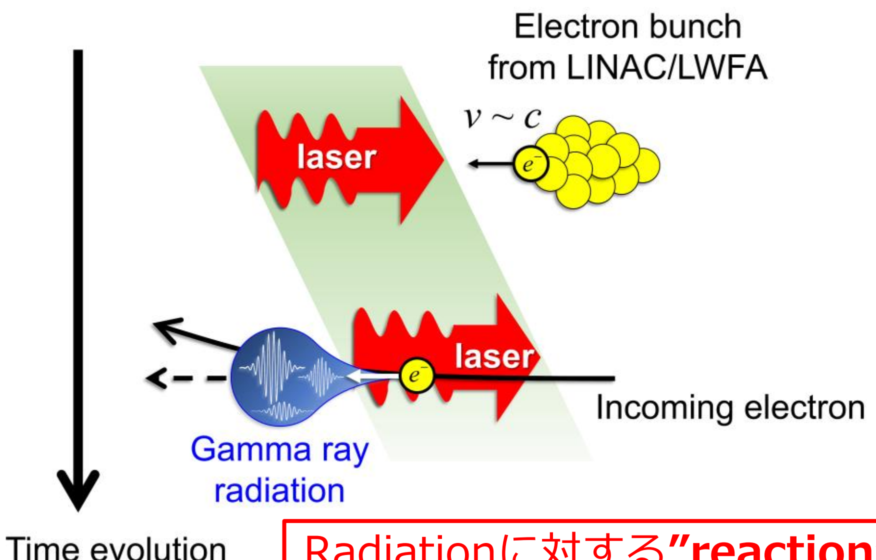
自己紹介と本日の話題

瀬戸 慧大 / せと けいた

高強度レーザーが関与する物理学の理論屋です.

■ 高強度レーザーによる電磁相互作用を研究

本日取り扱う話題
■ 放射の反作用/非線形Compton散乱



Radiationに対する**"reaction"**で
電子運動軌跡が修正される

2008.04 - 2014.07
大阪大学レーザー研
◆ 三間・長友グループで学位取得
■激光XII ガラスレーザー
■LFEX PW レーザー @ 3 shots/day

2014.07 – 2022.05
ELI-NP/IFIN-HH (ルーマニア)
■レーザー＋核物理研究拠点
■2 x 10 PW レーザー @ 0.1 Hz

2022.05 – 2025.06
JAEA 敦賀総合研究開発センター
■レーザー加工研究
■10 kW CW ファイバーレーザー

2025.07 – 現在
NIFS PQPユニット

レーザー光と輻射電磁場

今回は**電子1つと光子集団のみの系**を扱う.

特に**単一電子と**
強い背景電磁場 = 高強度レーザー電磁場
の相互作用について議論する.

■ 散乱現象への電磁場強度の依存性

などに注目してほしい.

以降は次のような章立てで議論する：

- 高強度レーザーを用いる研究領域の概略
- 放射の反作用の古典論模型
- 放射の反作用の準古典論模型
- 非線形Compton散乱
- まとめ

高強度レーザーを用いる研究領域の概説

高強度レーザー業界の現状：
高強度レーザー施設の建設ラッシュ

Keita Seto (NIFS)
研究部セミナー
28.11.2025

右図は高強度レーザー施設の地図.

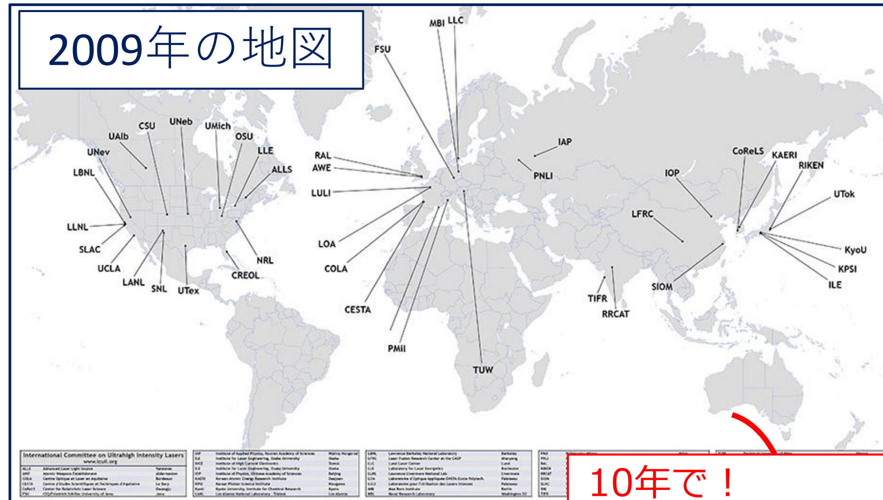
- TW級以上のパワーを持つ施設でICUIL委員会に登録されているもの.
- 欧州を中心とし，ここ10年で多数の高強度レーザーが建設された.
- 現在の最高出力は **10 PW 級.**
  = (約300 J)/(パルス幅 約30 fs)

10 PWレーザー光を集光すれば**レーザー強度**は$10^{22\sim24}$ W/cm^2 程度.

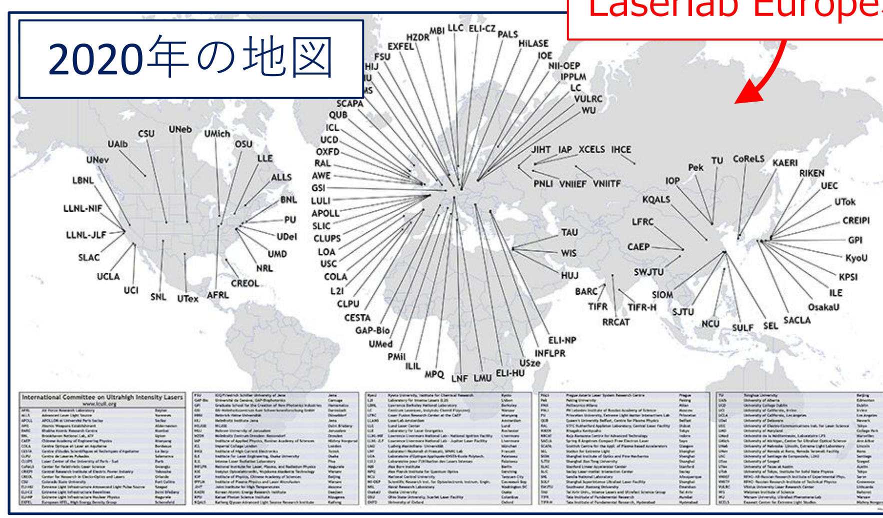
$$(\text{レーザー強度}) = \frac{(\text{レーザーパワー})}{(\text{集光スポット面積})} \propto (\text{レーザー電場})^2$$

高強度レーザー→**高強度電磁場による物理**

- □ 例えば電子を一瞬で相対論的速度に.



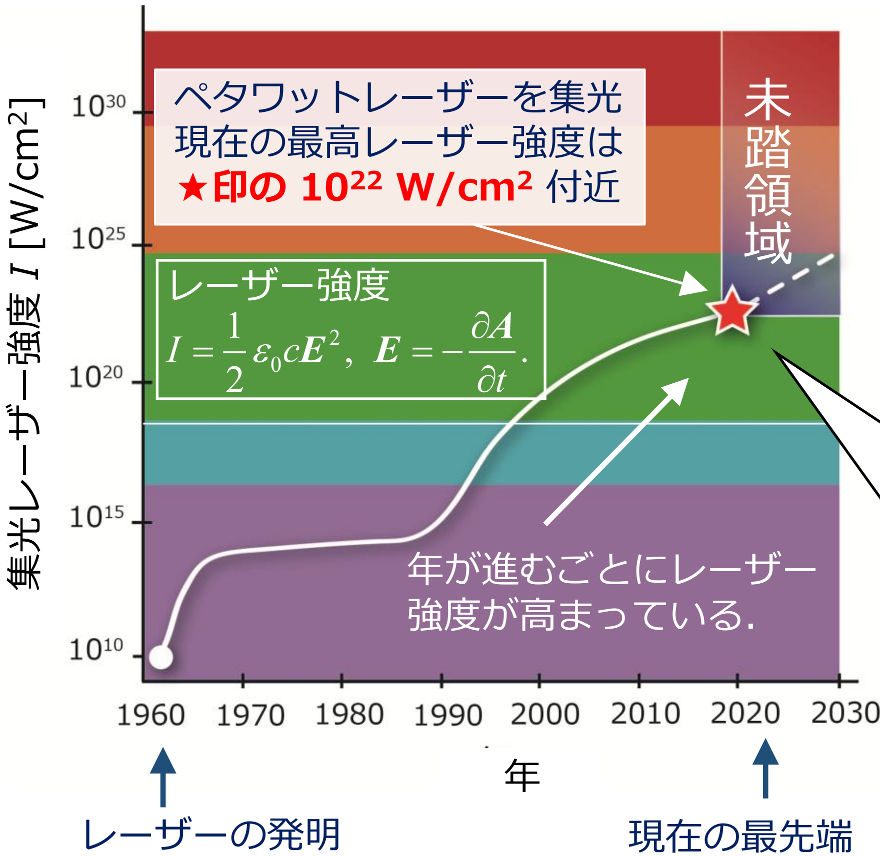
10年で！
Laserlab Europeなど.



https://www.icuil.org/downloadss/laser-labs.html

高強度レーザーを用いる研究

研究背景
ペタワット級レーザーの登場
→ 集光で**高強度電磁場環境**が提供可能に.



レーザー強度の発展

>10^{22}W/cm^{2}の高強度レーザーの電磁場で

- 素粒子物理
- プラズマ物理
- 電子加速
- イオン加速
- 原子核反応
- レーザー宇宙物理

…

などの研究が可能となる.

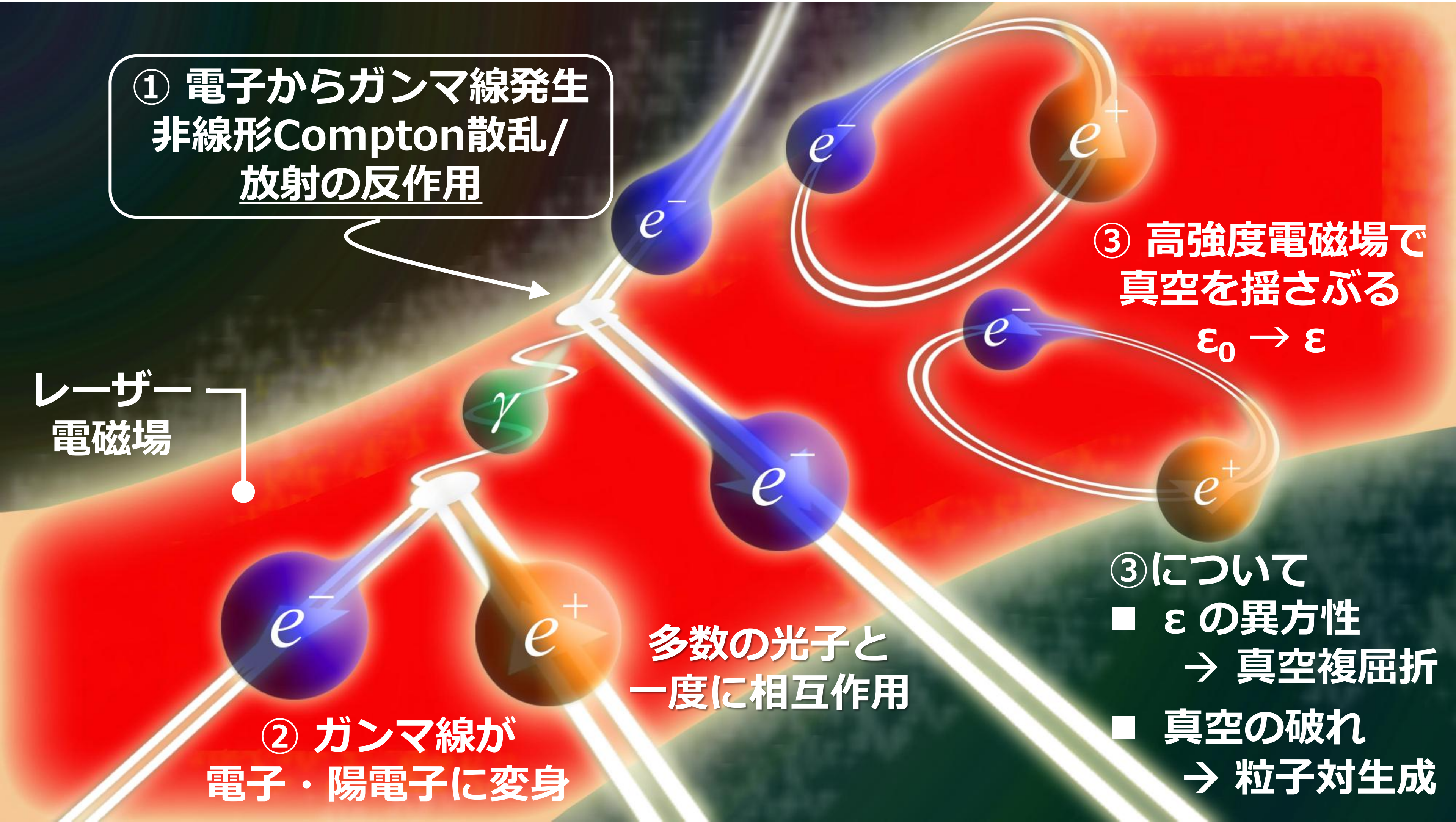
瀬戸は**高強度レーザー電磁場による素粒子散乱**の研究に従事.

特に，電子・陽電子・光子の
“非線形量子電磁力学 (非線形QED)”
の研究を主に行った.

→ **非線形・相対論的・量子論的な物理**

高強度電磁場による素粒子散乱

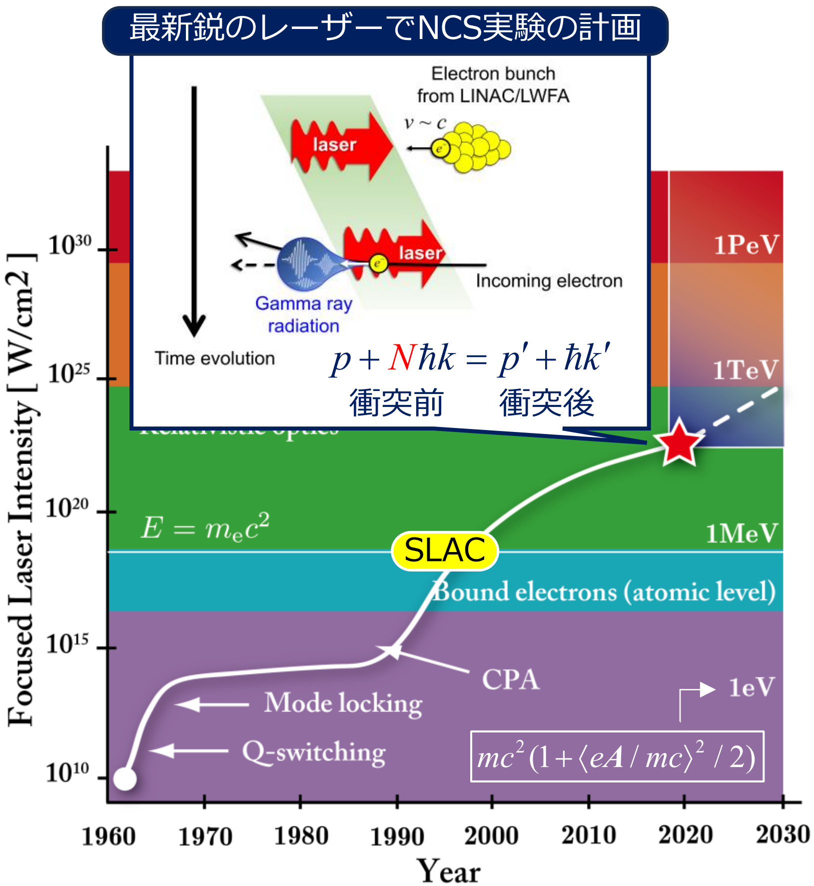
非線形QED散乱の典型例は以下のようなもの．今回は①の話をする．



放射の反作用/非線形Compton散乱の研究史

Keita Seto (NIFS)
研究部セミナー
28.11.2025

最新鋭のレーザーでNCS実験の計画



レーザー強度の発展 (Mourou chart)

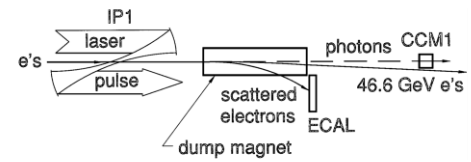
1900年ごろ～ 古典論

Lorentzの電子論 & Lorentz-Abraham eq. (1906), Lorentz-Abraham-Dirac eq. (Lorentz電子論の相対論化, 1938).

1960年代

初期の非線形Compton散乱 (NCS) の理論計算

Brown-Kibble (Phys. Rev., 1964); Nikishov-Ritus (JETP, 1963); Gol'dman (JETP, 1964).



1990-2000年

SLAC E-144実験でNCSを計測

Bamber, et al. (PRD 1990); Bula, et al. (PRL, 1996).

2000年ごろ

10^{22} W/cm^2 級レーザー電磁場を照射された古典論的電子の放射の反作用 (古典論) 効果の理論的な予想

→ O(放射の反作用力) = O(レーザーLorentz力)

Zhidkov, et al. (PRL, 2002); Koga (PRE, 2004).

2010年ごろ～

高強度レーザー施設の建設ラッシュ (前頁)

→ 実験実施への機運

放射の反作用の準古典論 (semi-classical model)

2010以降の実験

高強度レーザー施設でのNCS/放射の反作用の実験結果が出始めている. (GeV級電子を利用.)

Sarri, et al. (PRL, 2014); Cole, et al. (PRX, 2018); Poder, et al. (PRX, 2018), Mirzaie, et al. (Nat. Phys., 2024).

放射の反作用の古典論模型（輻射を伴う古典電子模型）

ここでは，**放射の反作用**という物理過程が
高強度レーザーを用いた研究と関連する理由を
古典論を用いて紹介する.

参考文献となる教科書として，たとえば

- Panofsky-Phillips 電磁気学
- Jackson 電磁気学
- Landau-Lifshitz 場の古典論

がある.

相対論的表記の計量テンソルは以下を使用する：

$$g = (+1, -1, -1, -1).$$

【作用】電子による電磁輻射

単一電子の電流があるMaxwell方程式

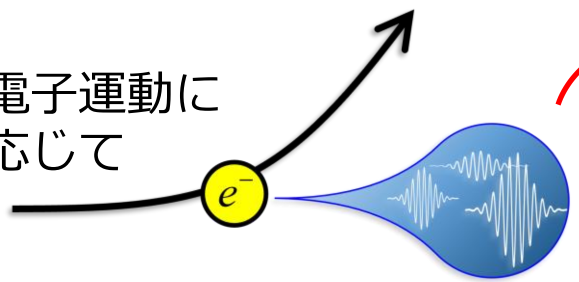
→ (解) Liénard-Wichertの輻射電磁場 (相対論的にもOK)

→ Poyntingベクトル

→ 電磁輻射パワー (単位時間当たりの輻射電磁場エネルギー) 公式

　= **Larmorの輻射パワー公式 (電子加速度の二乗に比例)**

電子運動に
応じて



輻射された電磁場

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}\frac{dv_\mu}{d\tau}\frac{dv^\mu}{d\tau}$$

$$= \frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{\dot{\boldsymbol{v}}^2 - (\boldsymbol{v}/c \times \dot{\boldsymbol{v}})^2}{(1-\boldsymbol{v}^2/c^2)} \quad (\geq 0)$$

$$\rightarrow \frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^2}\dot{\boldsymbol{v}}^2 \quad \text{(非相対論的極限}\ \ |\boldsymbol{v}/c| \rightarrow 0)$$

- 電子速度と加速度が分かれば，電磁輻射で電子が失う単位時間当たりの総エネルギー (全方位積分) を確定できる.
- 大きな加速度 → 大きな輻射パワー
- 輻射過程における**【作用】**は電子の電磁輻射と考えてみる.

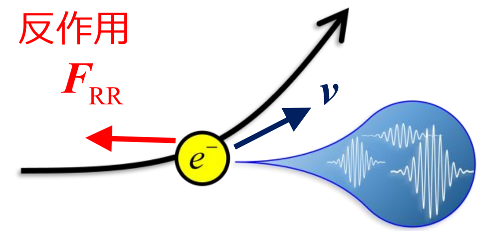
放射の【反作用】 1/3
エネルギー保存則から理解する.

Keita Seto (NIFS)
研究部セミナー
28.11.2025

<u>電磁輻射エネルギーを外力に書き換える.</u>

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \left(-\frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 m c^3} \dot{\boldsymbol{v}}^2 \right) = \int_{t_1}^{t_2} dt \boldsymbol{F}_{RR} \cdot \boldsymbol{v}$$

← 輻射に伴う反作用力が
電子に"与える"力積



作用 $\frac{dW}{dt} = \frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 m c^3} \dot{\boldsymbol{v}}^2$

➡ Lorentz-Abraham方程式：

$$m \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -e(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) + \frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \frac{d^2 \boldsymbol{v}}{dt^2}$$

放射の反作用力
(radiation reaction force)

➡ Lorentz-Abraham-Dirac方程式 (相対論化)：

$$m \frac{dv^\mu}{d\tau} = -eF^{\mu\nu} v_\nu + \frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^5} \left(\frac{d^2 v^\mu}{d\tau^2} v^\nu - \frac{d^2 v^\nu}{d\tau^2} v^\mu \right) v_\nu$$

$$= -eF^{\mu\nu} v_\nu + \frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \frac{d^2 v^\mu}{d\tau^2} + \boxed{\frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \frac{dv_\nu}{d\tau} \frac{dv^\nu}{d\tau}} \frac{v^\mu}{c^2}$$

Lorentz力

Larmorの公式
＝ これがRRの主要項

係数は"必ず"負の値.
速度の逆方向に働く力
＝**摩擦力**とも.

(次の頁へ)

P. A. M. Dirac, Proc. Roy Soc. A **167**, 148 (1938)
ではもっと美しい導出方法を提案している.

放射の【反作用】 2/3
Landau-Lifshitzの摂動展開近似

Lorentz-Abraham-Dirac方程式： $m\frac{dv^\mu}{d\tau} = -eF^{\mu\nu}v_\nu - eF_{\mathrm{LAD}}^{\mu\nu}v_\nu$

反作用に関する電磁場の
Lorentz力 ＝ 反作用力

$$= -eF^{\mu\nu}v_\nu + \underbrace{\frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}\frac{d^2v^\mu}{d\tau^2}}_{\text{Schott項}} + \frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^5}\frac{dv_\nu}{d\tau}\frac{dv^\nu}{d\tau}v^\mu$$

Schott項の存在による
Run-way solution： $\frac{dv^\mu}{d\tau} \propto \exp\left(+\frac{\tau}{e^2/6\pi\varepsilon_0 mc^3}\right) \to \infty$

非物理的な解
ごく短時間の経過で
電子エネルギーが無限に.

放射の反作用力の部分を**摂動展開 (Landau-Lifshitz近似)** ： $\frac{dv^\mu}{d\tau} \mapsto -\frac{e}{m}F^{\mu\nu}v_\nu$

→ Landau-Lifshitz方程式：<u>これで数値的に解ける！</u>

$$m\frac{dv^\mu}{d\tau} = -eF^{\mu\nu}v_\nu - \tau_0 e v^\lambda v_\nu \partial_\lambda F^{\mu\nu} + \frac{\tau_0 e^2}{m}F^{\mu\nu}F_{\nu\lambda}v^\lambda + \boxed{\frac{\tau_0 e^2}{m}F^{\alpha\beta}F_{\alpha\gamma}v_\beta v^\gamma}\frac{v^\mu}{c^2}$$

$$(\tau_0 = e^2/6\pi\varepsilon_0 mc^3)$$

Larmorの公式の近似
(主要項)

(次の頁へ)

$$P = -m\tau_0 \frac{dv_\mu}{d\tau}\frac{dv^\mu}{d\tau} \mapsto -\frac{\tau_0 e^2}{m}F^{\alpha\beta}F_{\alpha\gamma}v_\beta v^\gamma$$

Landau-Lifshitz，場の古典論.

放射の【反作用】 3/3

なぜ高強度レーザーで考えることが重要か？

Keita Seto (NIFS)
研究部セミナー
28.11.2025

Landau-Lifshitz方程式 $m\dfrac{dv^{\mu}}{d\tau}=-eF^{\mu\nu}v_{\nu}-\tau_0 ev^{\lambda}v_{\nu}\partial_{\lambda}F^{\mu\nu}+\dfrac{\tau_0 e^2}{m}F^{\mu\nu}F_{\nu\lambda}v^{\lambda}+\boxed{\dfrac{\tau_0 e^2}{m}F^{\alpha\beta}F_{\alpha\gamma}v_{\beta}v^{\gamma}}\dfrac{v^{\mu}}{c^2}$

主要項

レーザー強度の値をイメージするために…

古典電子半径： $r_e=\dfrac{3}{2}c\tau_0=\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mc^2}=3\times10^{-15}\ \mathrm{m}$

電場-磁場換算： $|\boldsymbol{E}|=c\times|\boldsymbol{B}|$ (SIユニットで+真空中を伝搬するレーザー)

NIFS LHDは 3 T.

- 1 T の磁場なら，3x10^{8} V/m の電場， レーザー強度 10^{10} W/cm^{2} に相当.
- 1 kT の磁場なら，3x10^{11} V/m の電場，レーザー強度 10^{16} W/cm^{2} に相当.
- 1 MT の磁場なら，3x10^{14} V/m の電場，レーザー強度 10^{22} W/cm^{2} に相当.

$$\frac{|f_{\mathrm{RR}}{}^{\mu}|}{|-eF^{\mu\nu}v_{\nu}|}\approx\frac{c\tau_0}{mc^2}\gamma^2\sqrt{1-\gamma^{-2}}\,e|\boldsymbol{E}|\approx\frac{c\tau_0\times e|\boldsymbol{E}|}{mc^2}\approx\frac{e|\boldsymbol{E}|\times\gamma^2}{0.5\,\mathrm{MeV}/3\times10^{-15}\ \mathrm{m}},\quad \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\boldsymbol{v}^2/c^2}}.$$

放射の反作用力がLorentz力と同程度 → 放射の反作用を無視できない！
= 電子500 MeV (γ = 1000) & レーザー強度 10^{22} W/cm^{2} (実験可能なパラメータ)

参考：
Schwinger limit

$$\frac{\lambda_{\mathrm{Compton}}\times e|\boldsymbol{E}|}{2mc^2}=\frac{e|\boldsymbol{E}|}{1\,\mathrm{MeV}/2.4\times10^{-12}\ \mathrm{m}}=O(1)\ \Rightarrow\ \left\{\begin{matrix}|\boldsymbol{E}|=1.3\times10^{18}\ \mathrm{V/m}\quad(4.6\times10^{29}\ \mathrm{W/cm^2})\\ |\boldsymbol{B}|=4.4\times10^{9}\ \mathrm{T}\end{matrix}\right\}$$

放射の反作用の準古典論(semi-classical)模型

Maxwell方程式 $\partial_\mu F^{\mu\nu}(x) = \mu_0 j^\nu(x)$ に対して，

古典的電子電流：

$$j^\nu_{\mathrm{classical}}(x) = -ec\int_{-\infty}^{\infty} d\tau' \frac{dx(\tau')}{d\tau'} \delta^{(4)}(x - x(\tau'))$$

量子論的電子電流：

$$j^\nu_{\mathrm{quantum}}(x) = -ec\left\langle \hat{\bar{\psi}}(x)\gamma^\nu \hat{\psi}(x) \right\rangle_{\text{単一電子}}$$

なので輻射電磁場 $F = (\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B})$ は違う関数になるだろう.

→ 放射の反作用も同様.

準古典論 (semi-classical model) における輻射パワー公式

Keita Seto (NIFS)
研究部セミナー
28.11.2025

Larmorの輻射公式を修正

$$\frac{dW_{\text{semi-classical}}}{dt} = q(\chi) \times \frac{dW_{\text{classical}}}{dt}$$

古典論でのLarmorの公式

$$\frac{dW_{\text{classical}}}{dt} = -\frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}\frac{dv_\mu}{d\tau}\frac{dv^\mu}{d\tau} = \frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{\dot{\boldsymbol{v}}^2 - (\boldsymbol{v}/c \times \dot{\boldsymbol{v}})^2}{(1-\boldsymbol{v}^2/c^2)} \quad (\geq 0)$$

$$\chi = \frac{3}{2}\frac{\hbar k \cdot p(k \cdot x_i)}{m_0^2 c^2}\sqrt{-\left[\frac{d\mathcal{A}_0}{d(k \cdot x)}\right]^2}$$

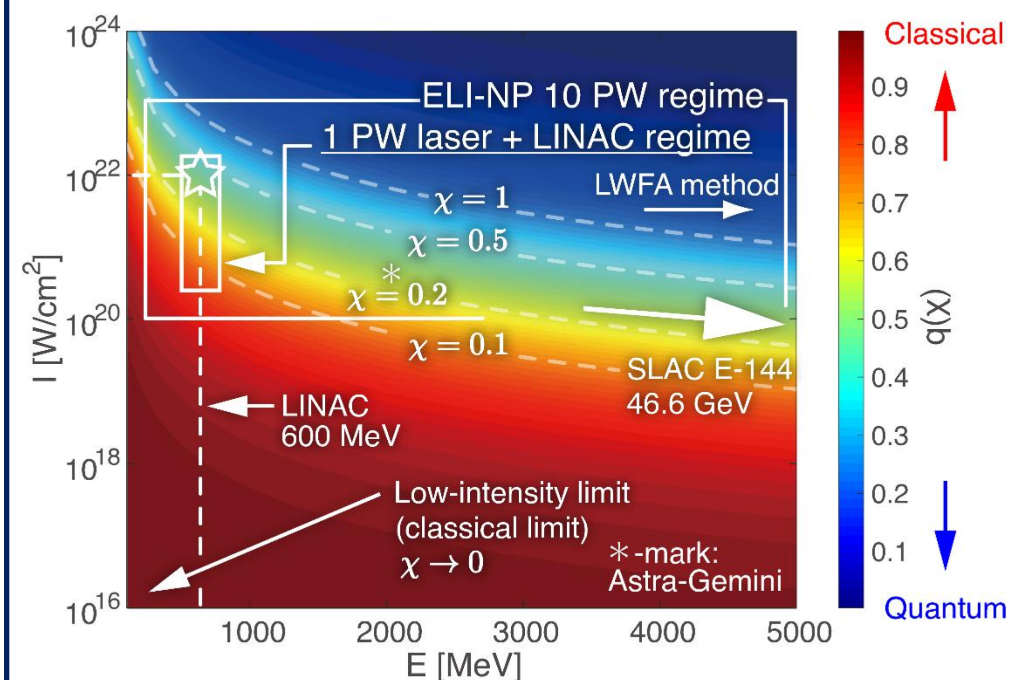
$\propto$ 電子エネルギー$\times\sqrt{\text{レーザー強度}}$

- K. Seto, PTEP **2015**, 103A01 (2015).
- K. Seto, et al., HEDP **38**, 100919 (2021).

補正因子 (特に高強度領域での量子補正)

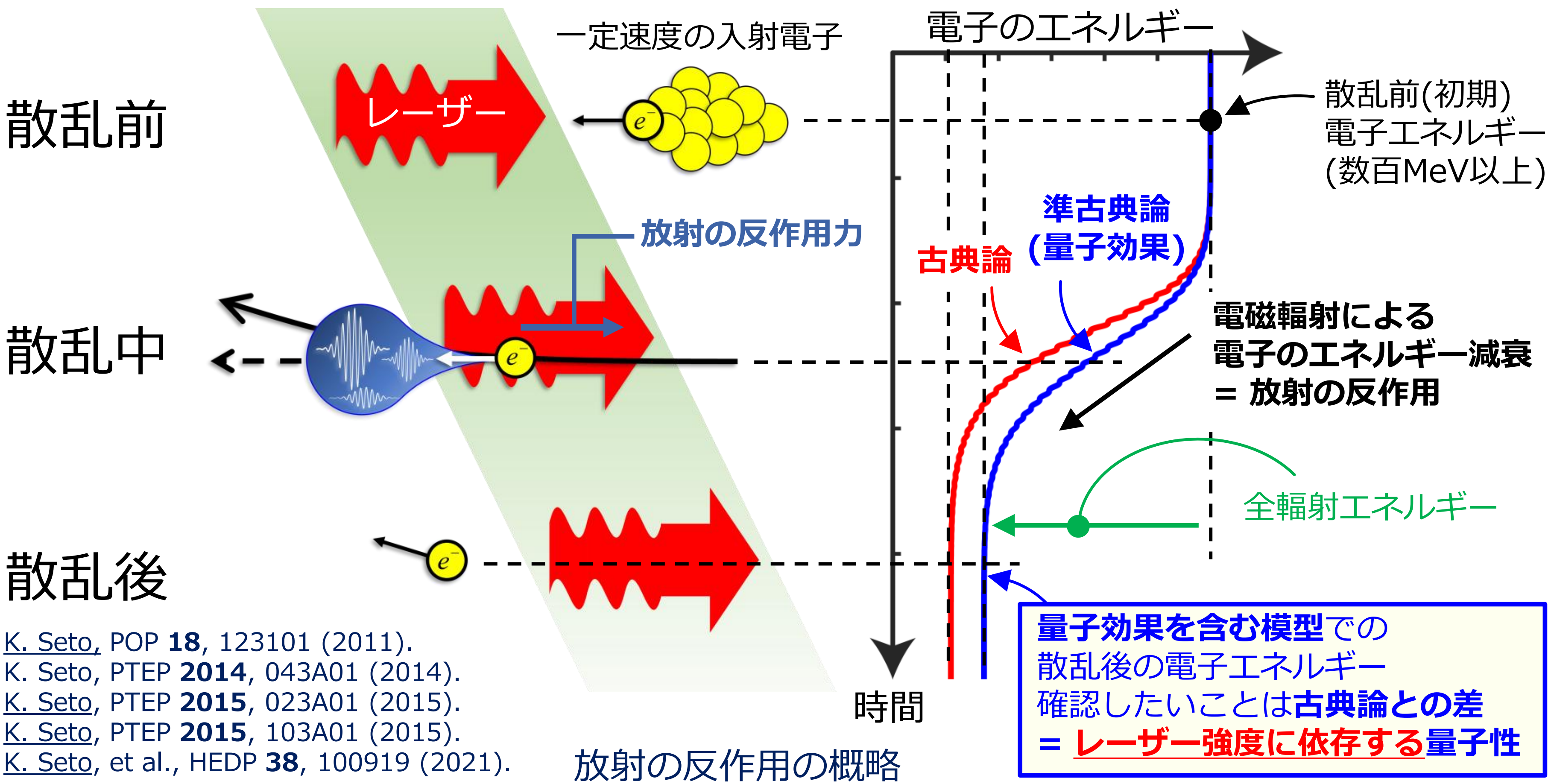
$$q(\chi) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi}\int_0^{\chi^{-1}} dr_0 r_0 \left[\int_{r_\chi}^{\infty} K_{5/3}(r)dr + r_\chi r_0 \chi^2 K_{2/3}(r_\chi)\right]$$

以下のカラープロットは $q(\chi)$ の値.
小さな $q(\chi) < 1$ に興味がある.



量子効果導入による放射の反作用模型の修正 ＝準古典論 (semi-classical model)

- 前ページで紹介した電磁輻射"**作用**"に対する**電子への反作用**の概略は以下の通り.
- 実際に数値を交えた計算結果は続くページで紹介.



放射の反作用の概略

- K. Seto, POP **18**, 123101 (2011).
- K. Seto, PTEP **2014**, 043A01 (2014).
- K. Seto, PTEP **2015**, 023A01 (2015).
- K. Seto, PTEP **2015**, 103A01 (2015).
- K. Seto, et al., HEDP **38**, 100919 (2021).

Keita Seto (NIFS)
研究部セミナー
28.11.2025

数値計算用のパラメータ

ルーマニア ELI-NP 高強度レーザーパルスを想定.

レーザー電磁場振幅

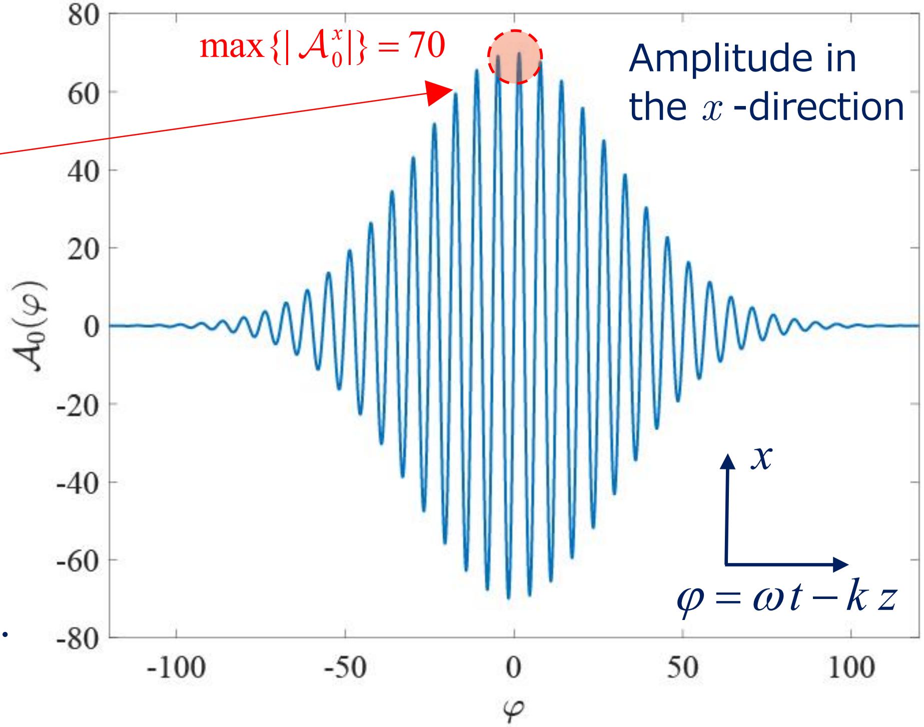
Seto, et al. (High Energy Density Phys., 2021).

- z 軸正方向に伝搬,
- x 軸方向に直線偏光,
- ピークで1×10²² W/cm² 相当,
- 平面波ガウシアンパルスを想定.

$$\mathcal{A}^{\mu}(\varphi) = \delta^{\mu}_{x} \times A \exp\left(-\frac{\varphi^2}{\varDelta^2}\right)\sin\varphi,$$

$$\varphi = k_{\mu}x^{\mu} = \omega t - k\,z, \quad \varDelta = \frac{\omega T_{\mathrm{FWHM}}}{\sqrt{2\ln 2}},$$

$$\mathcal{A}_0 = \frac{eA}{m_0 c} = 70, \quad \lambda = 0.82\,\mu\mathrm{m}, \quad T_{\mathrm{FWHM}} = 22\,\mathrm{fs}.$$



自由伝搬する電子の運動量 = 量子散乱がない場合の挙動

$p(-\infty)$: $-z$ direction
k : $+z$ direction
$\mathcal{A}$: x direction

電子は初期 600 MeV で z 軸負の方向に伝搬.

→ 電磁輻射が無ければ x-z レーザー振動平面から外に出ない.

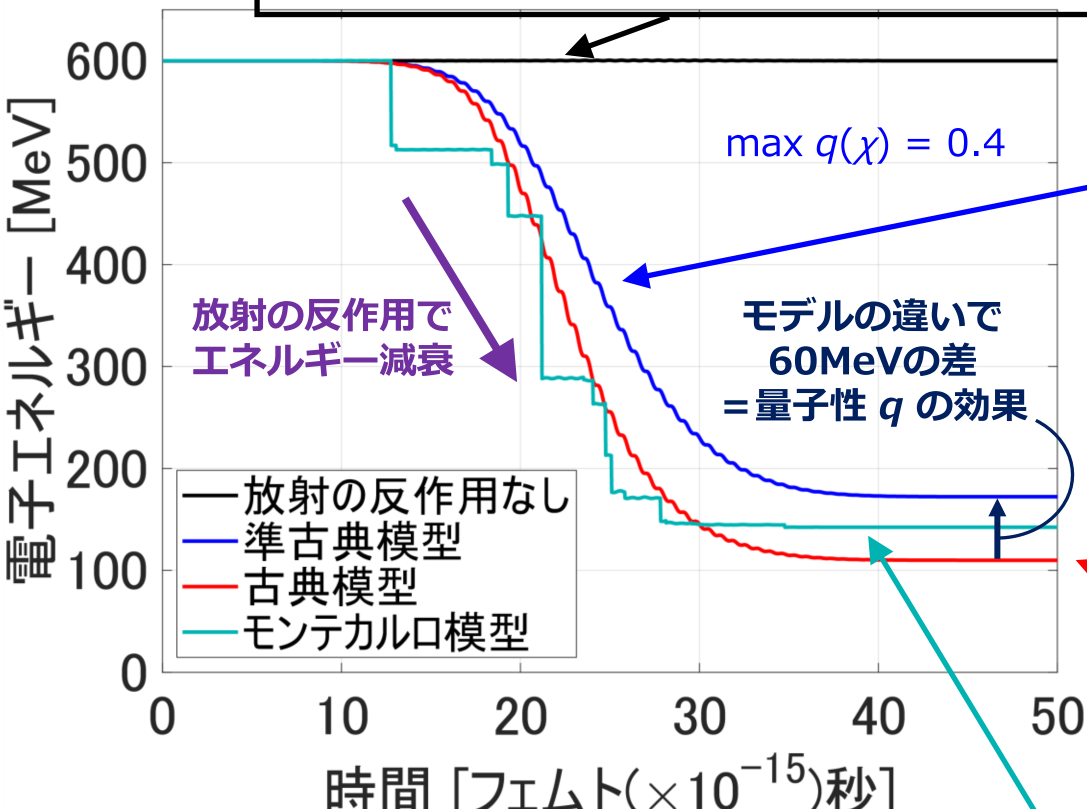
$$\frac{dp^{\mu}}{d\tau} = -\frac{e}{m_0}\mathcal{F}^{\mu\nu}p_{\nu} \quad \Rightarrow \quad p^{\mu}(\varphi) = \boxed{p^{\mu}(-\infty)} + e\boxed{\mathcal{A}^{\mu}(\varphi)} - \frac{2e\mathcal{A}(\varphi)\cdot p(-\infty) + e^2\mathcal{A}^2(\varphi)}{2k\cdot p(-\infty)}\boxed{k^{\mu}}.$$

放射の反作用の主要模型間の差異

600 MeV 電子 + 10^{22} W/cm^2 レーザー

Keita Seto (NIFS)
研究部セミナー
28.11.2025

放射の反作用なし: $\dfrac{dp^{\mu}}{d\tau} = -\dfrac{e}{m_0} F^{\mu\nu} p_{\nu}.$



模型別の電子エネルギー時間発展
600 MeV e$^-$ + laser of a_0 = 70 at head-on.
凡そ 10-35 fs でレーザーパルスと相互作用.

準古典論模型: K. Seto, PTEP **2015**, 103A01 (2015) を簡易化.

$$\begin{cases} \dfrac{dp^{\mu}}{d\tau} = -\dfrac{e}{m_0} F^{\mu\nu} p_{\nu} \underbrace{- \dfrac{e}{m_0} q(\chi) F^{\mu\nu}_{\mathrm{LL}} p_{\nu}}_{\text{放射の反作用力}}, \\ q(\chi) = \dfrac{9\sqrt{3}}{8\pi} \displaystyle\int_0^{\chi^{-1}} dr_0 r_0 \left[\int_{r_\chi}^{\infty} K_{5/3}(r)dr + r_\chi r_0 \chi^2 K_{2/3}(r_\chi) \right]. \end{cases}$$

古典論模型:

$$\frac{dp^{\mu}}{d\tau} = -\frac{e}{m_0} F^{\mu\nu} p_{\nu} \underbrace{- \frac{e}{m_0} F^{\mu\nu}_{\mathrm{LL}} p_{\nu}}_{\text{放射の反作用力}}$$

モンテカルロ模型 (後述):

$$\Delta p^{\mu}(\tau) = -\frac{e}{m_0} F^{\mu\nu} p_{\nu} \Delta\tau \underbrace{- \hbar k'^{\mu} + N(\tau) \hbar k^{\mu}}_{\text{乱数}}$$

瀬戸, レーザー研究 (2023)

非線形性・量子性のチャート

実験をデザインするために

古典論では放射の反作用が有効か否かに興味があった.

- 準古典論の考慮によって, **レーザー強度に依存する量子論的な修正効果**が重要視されるようになった.

非線形Compton散乱における運動量保存則

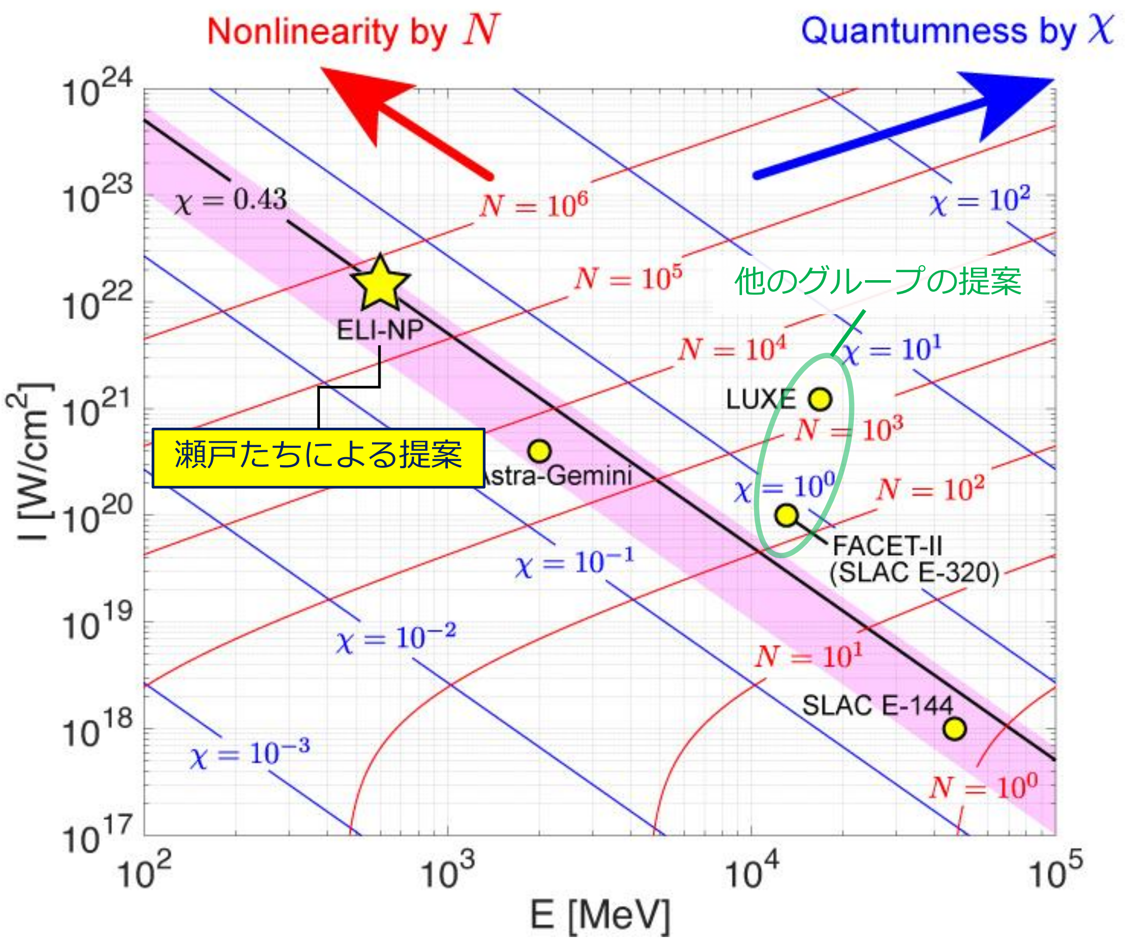
衝突前 (e + レーザー光子 N 個)

$$p + N\hbar k = p' + \hbar k'$$

衝突後 (e + 輻射光子)

$\chi \propto$ 電子エネルギー (E) $\times \sqrt{\text{レーザー強度}\ (I)}$

$$N \approx \frac{\hbar\omega'}{E-\hbar\omega'} \times \frac{m_0^2 c^4 (1+\langle \mathbf{A}_0^2 \rangle)}{2\hbar\omega E(1-\cos\theta_{\text{in}})}$$



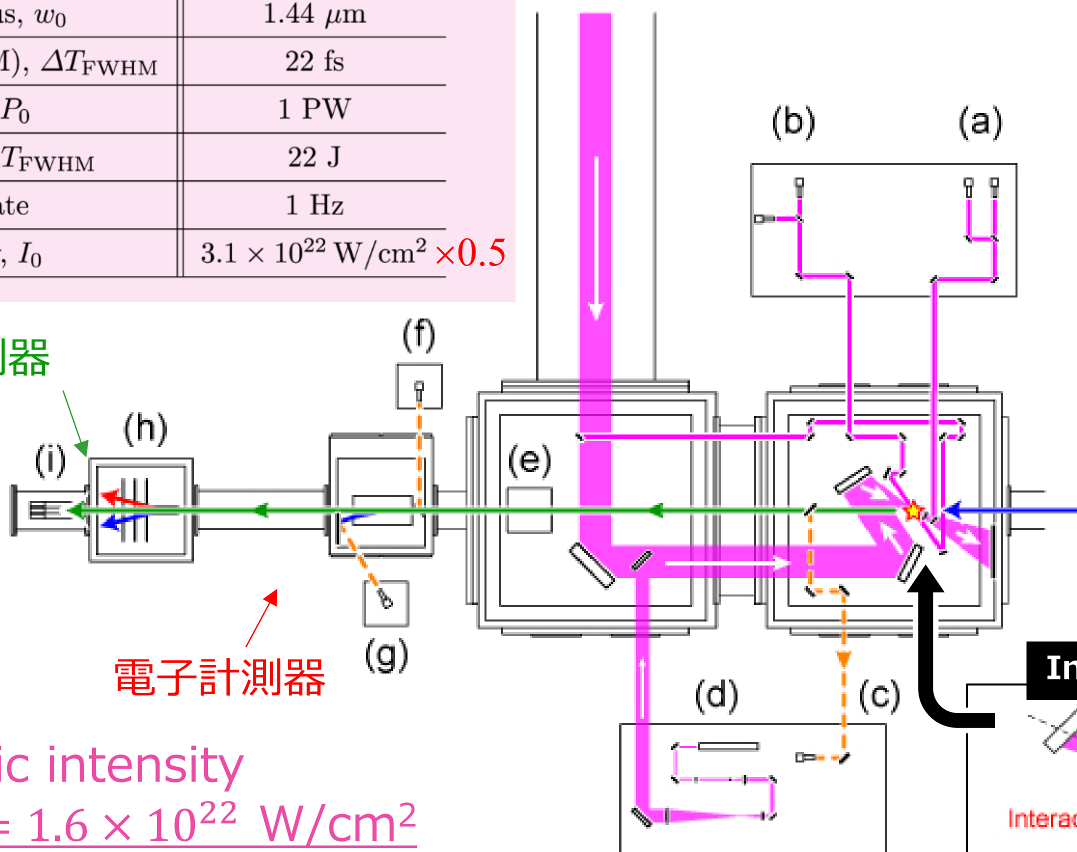
SLAC, Astra-Gemini, ELI-NP実験パラメータなどで
輻射光子エネルギーが $\hbar\omega' = E/2$ となる場合の非線形性と量子性
Figure from Seto, et al. (High Energy Density Phys., 2021).

1 PW 実験案@ELI-NP

Keita Seto (NIFS)
研究部セミナー

Parameters	Values
f number	2.0
Focal length	660 mm
Wave length, λ	820 nm
Focal spot radius, w_0	1.44 μm
Pulse duration (FWHM), ΔT_{FWHM}	22 fs
Peak Power, P_0	1 PW
Pulse energy, $P_0 \Delta T_{\mathrm{FWHM}}$	22 J
Repetition rate	1 Hz
Peak intensity, I_0	3.1×10^{22} W/cm^2 $\times 0.5$

1PW laser



ガンマ線計測器

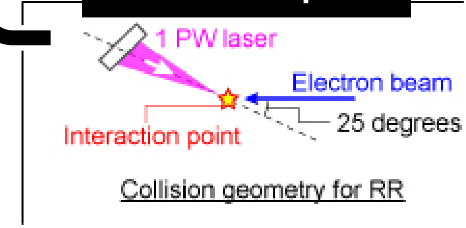
電子計測器

加速器からの電子線

4.5×10^6 electrons can interact.

Parameters	Values
Energy	600 MeV
Number of e^-	10^9
Beam radius (σ)	15 μm
Bunch length	100 μm

Interaction point



The realistic intensity
→ $0.5 \times I_0 = 1.6 \times 10^{22}$ W/cm^2

Seto, et al., HEDP **38**, 100919 (2021).

非線形Compton散乱

- 放射の反作用をQED散乱として理解するには？
- 電磁場強度に依存する量子散乱

量子電磁力学 (QED)

QED は **電子・陽電子・光子の量子力学模型**.

- 電子と陽電子 = スピノル場 $\hat{\psi}(x),\ \hat{\bar{\psi}}(x)=\hat{\psi}^{\dagger}(x)\gamma^{0}$
- 光子 (電磁場) = ベクトル場 $\hat{A}^{\mu}(x)$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{QED}}(x)=\frac{i\hbar c}{2}\hat{\bar{\psi}}(x)\gamma^{\mu}\overleftrightarrow{\partial}_{\mu}\hat{\psi}(x)-m_{0}c^{2}\hat{\bar{\psi}}(x)\hat{\psi}(x)$$ ← Dirac場の自由伝搬

$$-\frac{1}{2\mu_{0}}\partial_{\mu}\hat{A}_{\nu}(x)\cdot\partial^{\mu}\hat{A}^{\nu}(x)$$ ← 電磁場の自由伝搬

$$-qc\hat{\bar{\psi}}(x)\gamma^{\mu}\hat{\psi}(x)\hat{A}_{\mu}(x)$$ ← 相互作用

量子化されたDirac場
(電子・陽電子)

量子化された電磁場
(光子・演算子)による相互作用

非線形QED

QED模型に**背景電磁場を追加**.

- 今の場合は背景電磁場 = レーザー電磁場
- 以下のLagrangian密度におけるレーザー電磁場はc数
- レーザー電磁場は電磁場のコヒーレント状態だと考える.

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\mathrm{nQED}}(x) = & \frac{i\hbar c}{2}\hat{\bar{\psi}}(x)\gamma^{\mu}\overleftrightarrow{\partial}_{\mu}\hat{\psi}(x) - m_0 c^2 \hat{\bar{\psi}}(x)\hat{\psi}(x) \\
& - \frac{1}{2\mu_0}\partial_{\mu}\hat{A}_{\nu}(x)\cdot\partial^{\mu}\hat{A}^{\nu}(x) \\
& - qc\hat{\bar{\psi}}(x)\gamma^{\mu}\hat{\psi}(x)[\hat{A}_{\mu}(x) + \mathcal{A}_{\mu}(x)\hat{\mathbb{I}}]
\end{aligned}
$$

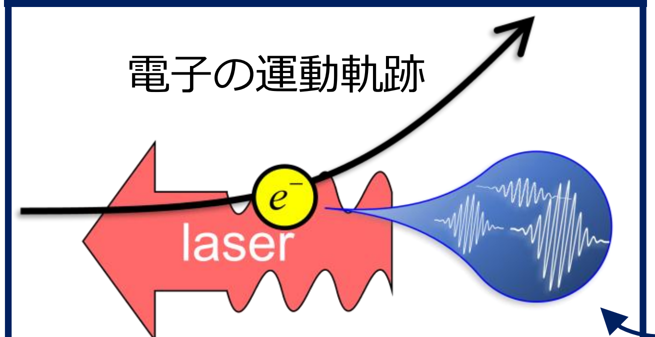
レーザー電磁場
(注) 演算子ではない！

非線形Compton散乱

┌ 電子はレーザー電磁場 (Lorentz力) で加速されている.

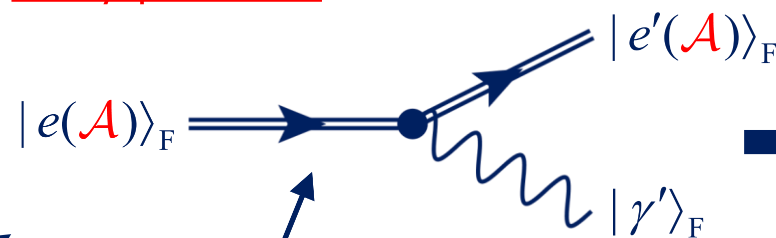
- 運動量保存則： $p(t)+N\hbar k$(レーザー光子N個)$=p'(t)+\hbar k'$
- 計算は**Furry picture**を利用：interaction pictureの拡張. Furry (Phys. Rev., 1951).
- **散乱確率はレーザー強度 (レーザー電場の二乗) に依存.**
  - **これを見るには高強度レーザー実験が必要.**

古典論描像-放射の反作用



非線形Compton散乱（放射の反作用の量子論模型）

Furry pictureで



➡ モンテカルロ

c数のレーザー電磁場中にあるDirac場を修正された自由Dirac場とみなす.

$$\left[\gamma^{\mu}(i\hbar\partial_{\mu}+e\mathcal{A}_{\mu})-m_0c\mathbb{I}\right]\hat{\psi}^{\mathrm{F}}(x)=0$$

NCSの理論：
Brown-Kibble (Phys. Rev., 1964),
Nikishov-Ritus (JETP, 1963),
Gol'dman (JETP, 1964) など.

無偏極電子に対する輻射光子の偏光・角度依存NCS確率公式

偏光・角度依存NCS確率公式

King-Tang (PRA, 2020);
Seipt-King (PRA, 2020).

タイミング(位相) $\varphi = k\cdot x$ における 輻射光子エネルギー $\hbar k'^0$, 方向 $\hbar \boldsymbol{k}'/\hbar k'^0$, 偏光 λ' を解像できる公式：

$$\hbar k'^0 \frac{d^4\mathcal{P}_{\lambda'}}{d^3(\hbar \boldsymbol{k}')d\varphi} = \frac{\alpha}{2\pi \hbar k\cdot\hbar k'}\left[\frac{r_0\chi(\varepsilon_{\boldsymbol{k}'\lambda'}\cdot p)^2}{\hbar k'\cdot p} + 2\delta_{\lambda'\sigma} + r_0 r_\chi \chi^2\right]\mathcal{R}\mathrm{Ai}(\mathcal{R})$$

$$\begin{cases} \chi = \dfrac{3}{2}\dfrac{\hbar k\cdot p\times\sqrt{-(d\mathcal{A}_0/d\varphi)^2}}{m_0^2c^2}, & r_0\chi = \dfrac{\hbar k\cdot \hbar k'}{\hbar k\cdot p} \approx \dfrac{\hbar\omega'}{m_0 c\gamma}, \\ r_\chi \chi = \dfrac{r_0\chi}{1-r_0\chi} \approx \dfrac{\hbar\omega'}{m_0c\gamma - \hbar\omega'}, & \mathcal{R} = 2\dfrac{\hbar k'\cdot p}{m_0^2c^2 r_0\chi}\left(\dfrac{3}{2}r_\chi\right)^{2/3}. \end{cases}$$

Locally constant field approx. (LCFA)

ある電子のおかれたレーザー中の場所で
局所的に $d\mathcal{A}_0/d\varphi$ (電場・磁場)を定数で近似.
従って，それ以上の階数の導関数をゼロにする.
→ Airy関数がこれで出てくる.

散乱に必要な時間(位相)

NCSの特徴①
高強度電磁場環境では,
ごく短時間でNCSが生じる.

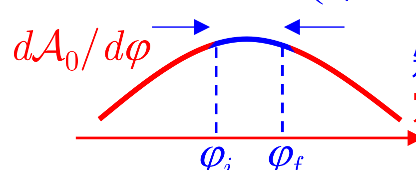
$\left(\begin{array}{l}\varphi_i から\varphi_f への伝搬中に \\ \text{NCSを１回起こす確率}\end{array}\right)$

$$= \int_{\varphi_i}^{\varphi_f} d\varphi \int d^3(\hbar\boldsymbol{k}')\sum_{\lambda'}\frac{d^4\mathcal{P}_{\lambda'}}{d^3(\hbar\boldsymbol{k}')d\varphi}$$

$$\approx (\varphi_f - \varphi_i)\sqrt{-(d\mathcal{A}_0/d\varphi)^2}$$

が1のときに1回NCS発生.

$$\varphi_f - \varphi_i = O\left(\frac{1}{\sqrt{-(d\mathcal{A}_0/d\varphi)^2}}\right) \ll 1$$



短時間の散乱ならば
定数場と思って良い.

無偏極電子に対する輻射光子の偏光・角度依存NCS確率公式

Keita Seto (NIFS)
研究部セミナー
28.11.2025

偏光・角度依存NCS確率公式

King-Tang (PRA, 2020);
Seipt-King (PRA, 2020).

タイミング(位相) $\varphi = k \cdot x$ における 輻射光子エネルギー $\hbar k'^0$, 方向 $\hbar \boldsymbol{k}' / \hbar k'^0$, 偏光 λ' を解像できる公式：

$$\hbar k'^0 \frac{d^4 \mathcal{P}_{\lambda'}}{d^3(\hbar \boldsymbol{k}') d\varphi} = \frac{\alpha}{2\pi \hbar k \cdot \hbar k'} \underbrace{\left[\frac{r_0 \chi (\varepsilon_{k'\lambda'} \cdot p)^2}{\hbar k' \cdot p} + 2\delta_{\lambda'\sigma} + r_0 r_\chi \chi^2 \right]}_{\text{偏光 } (\lambda') \text{ 依存性}} \underbrace{\mathcal{R}\mathrm{Ai}(\mathcal{R})}_{\text{輻射プロファイル}}$$

$$\chi = \frac{3}{2} \frac{\hbar k \cdot p \times \sqrt{-(d\mathcal{A}_0 / d\varphi)^2}}{m_0^2 c^2},$$

$$r_0 \chi = \frac{\hbar k \cdot \hbar k'}{\hbar k \cdot p} \approx \frac{\hbar \omega'}{m_0 c \gamma},$$

$$r_\chi \chi = \frac{r_0 \chi}{1 - r_0 \chi} \approx \frac{\hbar \omega'}{m_0 c \gamma - \hbar \omega'},$$

$$\mathcal{R} = 2 \frac{\hbar k' \cdot p}{m_0^2 c^2 r_0 \chi} \left(\frac{3}{2} r_\chi \right)^{2/3}.$$

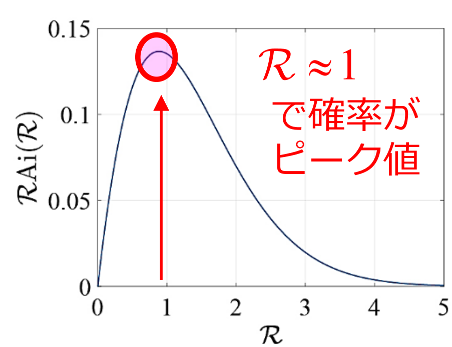
確率がピーク値になるなら…

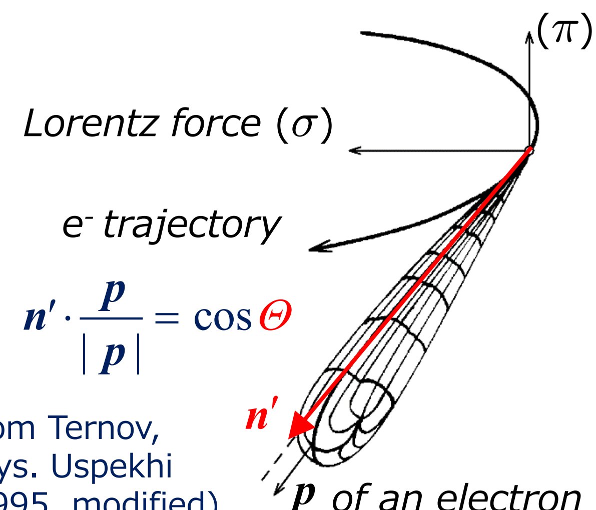
Θ：電子と輻射光子の運動量のなす角

$$\mathcal{R} \approx 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Theta} \approx \frac{\chi^{1/3}}{\gamma} \left(\frac{1 - \hbar\omega'/E}{\hbar\omega'/E} \right)^{1/3} \propto \frac{1}{\gamma}$$

放射光のようなビーム広がり角

NCSの特徴②
超相対論的電子なら
超前方に光子輻射する.





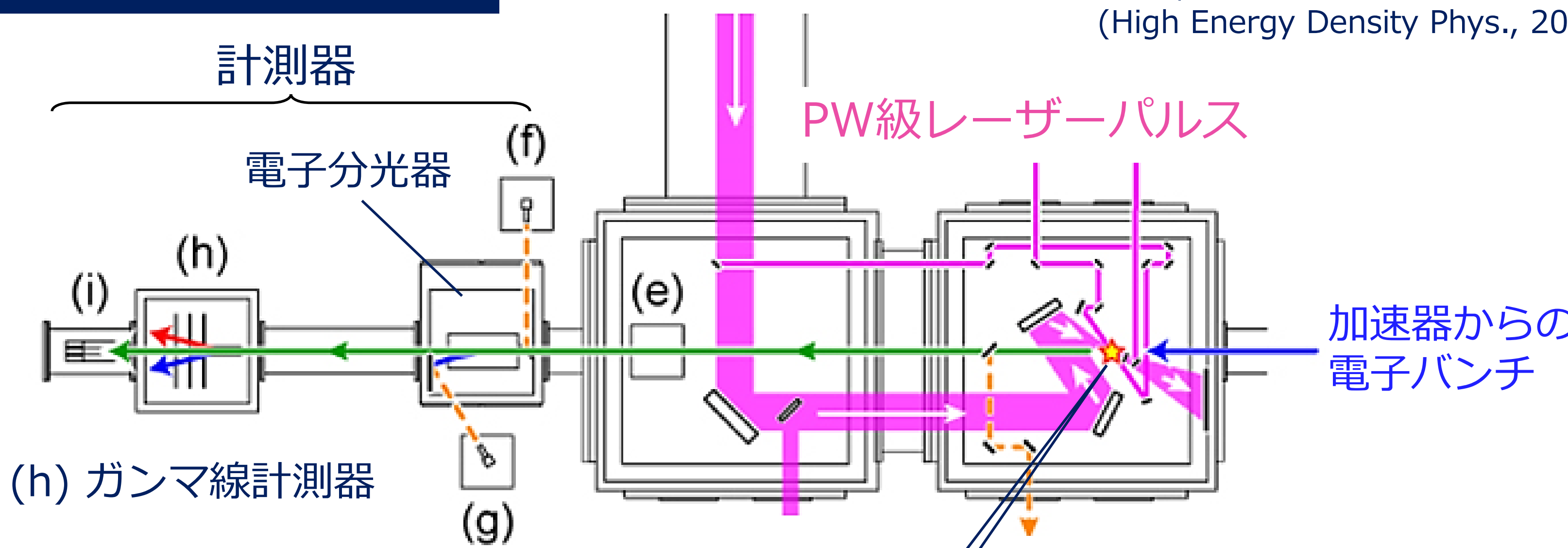
From Ternov,
Phys. Uspekhi
(1995, modified).

数値計算の準備

ルーマニア ELI-NP 高強度レーザーパルスを想定.

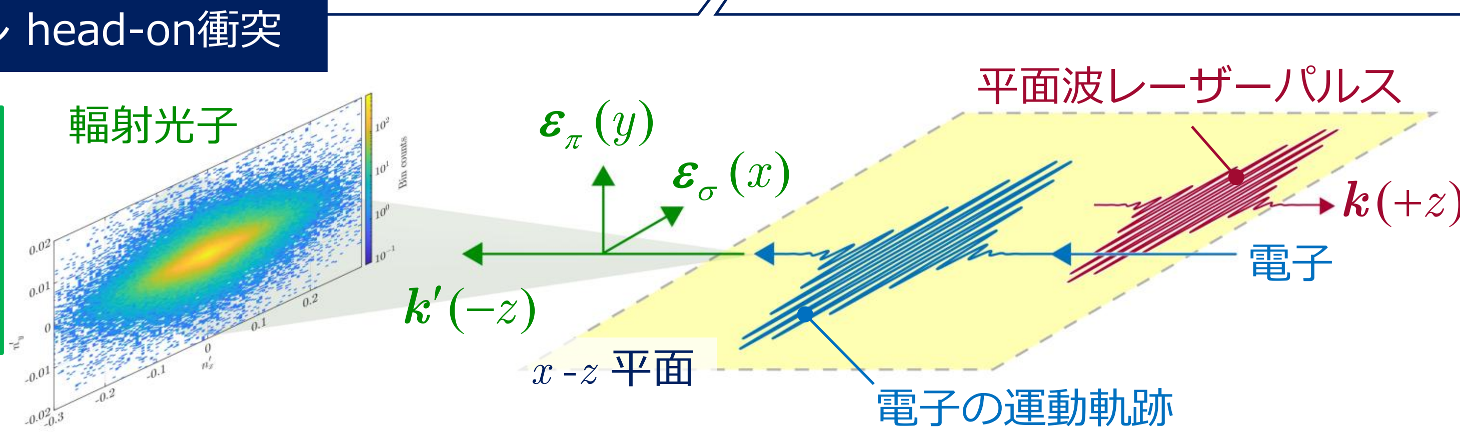
実験案@ELI-NP (ルーマニア)

Seto, et al.
(High Energy Density Phys., 2021).



計算用のモデル head-on衝突

散乱光子について
① エネルギー, $\hbar\omega'$?
② 伝搬方向, n'?
③ 偏向, λ'?
→ モンテカルロ計算



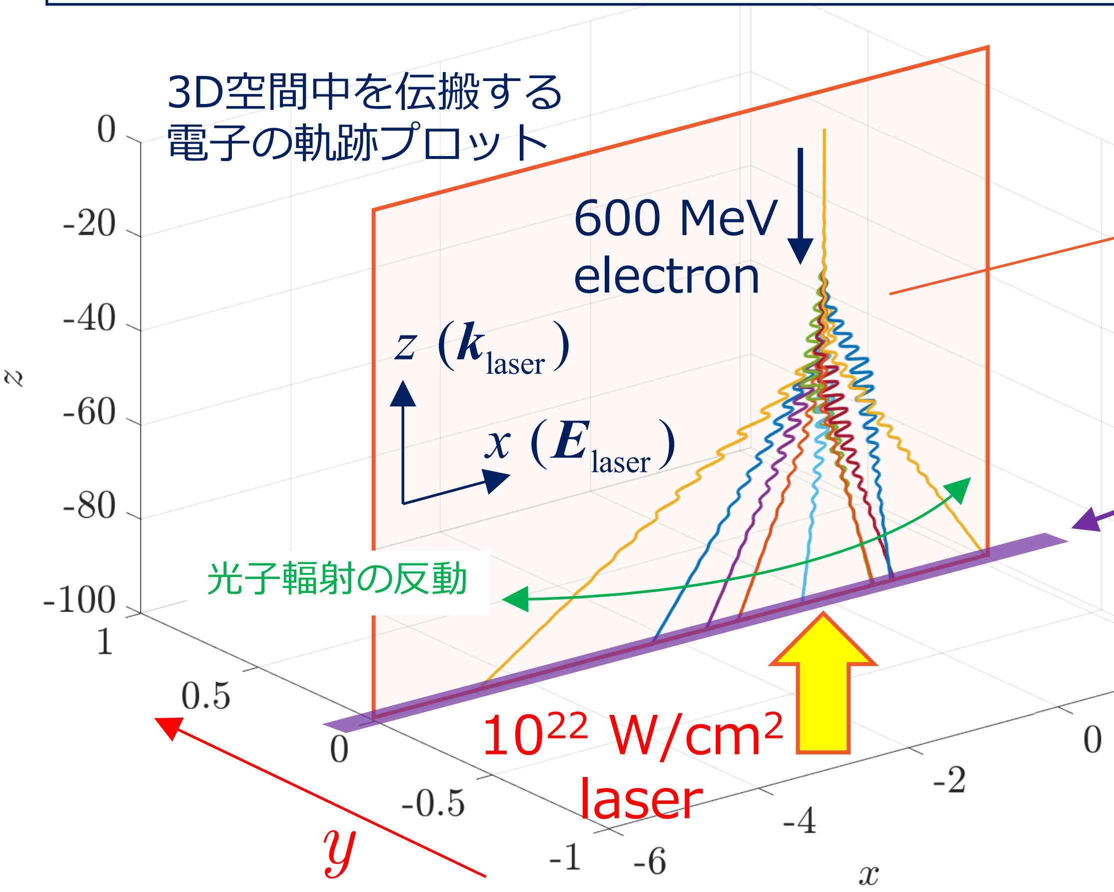
モンテカルロ計算の先行研究

(散乱込み) 電子の運動方程式

Ridgers, et al. (J. Comp. Phys., 2014).

$$\Delta \boldsymbol{p} = -e(\boldsymbol{E}_{\mathrm{laser}} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}_{\mathrm{laser}})\Delta t - \frac{\hbar\omega'}{c}\boldsymbol{n}' \Leftarrow \begin{cases} \text{光子エネルギー by } d^2\mathcal{P}_{sum}/d(\hbar\omega')d\varphi, \\ \text{光子の伝搬方向 by } \delta^3(\boldsymbol{n}' - \boldsymbol{p}/|\boldsymbol{p}|). \end{cases}$$

電子が**超相対論的**ならば…



輻射が無い場合，電子の運動軌跡はx-z平面(レーザー振動面)から外には出ない．

→ **光子輻射の反作用があってもx-z平面から外には出ない．**

光子分布$\propto \delta(\boldsymbol{n}' - \boldsymbol{p}/|\boldsymbol{p}|) \propto \delta(n'_y)$.

散乱・伝搬後の光子と電子はすべてこの紫のラインを通過する．

***y*方向の広がりは?**

超相対論的でない場合は？

↓

<u>**角度分布公式でモンテカルロ計算**</u>

開発コードによる計算結果：
光子の偏光と電子の空間広がり

Keita Seto (NIFS)
研究部セミナー
28.11.2025

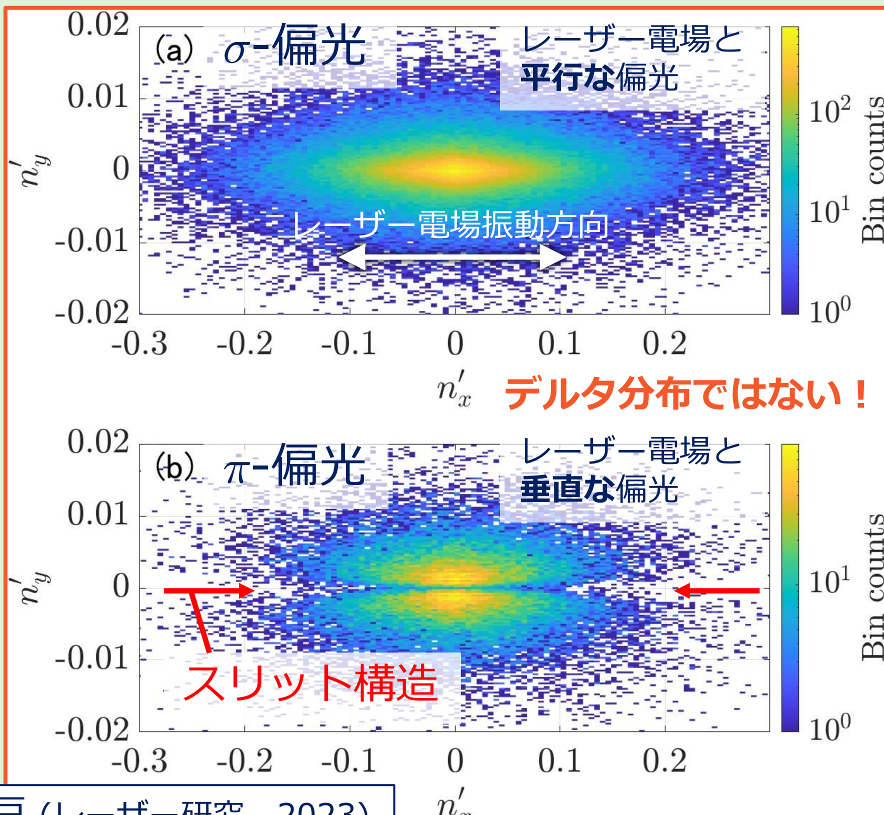
光子の角度分布

先行研究ではy方向に広がり無し

$$\delta^3(\boldsymbol{n}' - \boldsymbol{p}/|\boldsymbol{p}|) \propto \delta(n'_y)$$

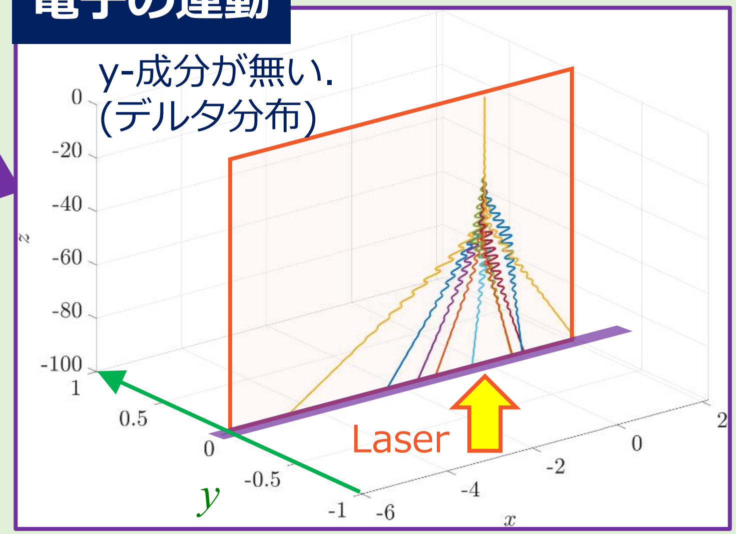
この発表での手法

10^4 回の試行計算 → 平均 23 光子/レーザー照射.

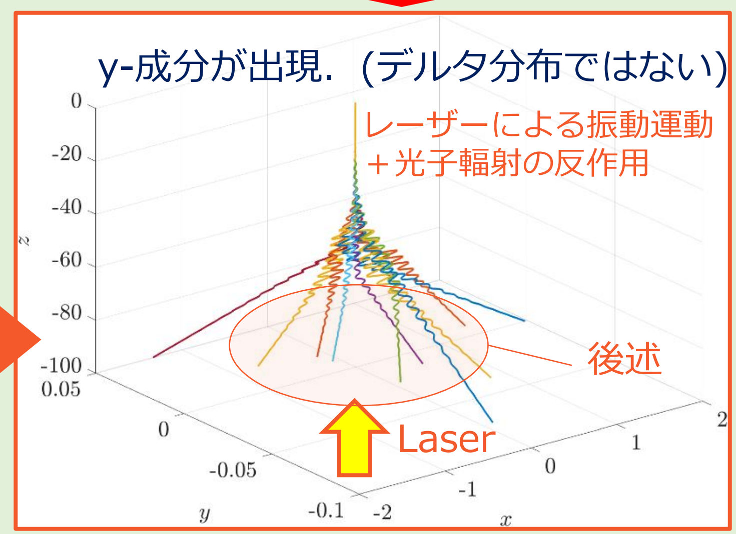


瀬戸（レーザー研究, 2023）

電子の運動



update

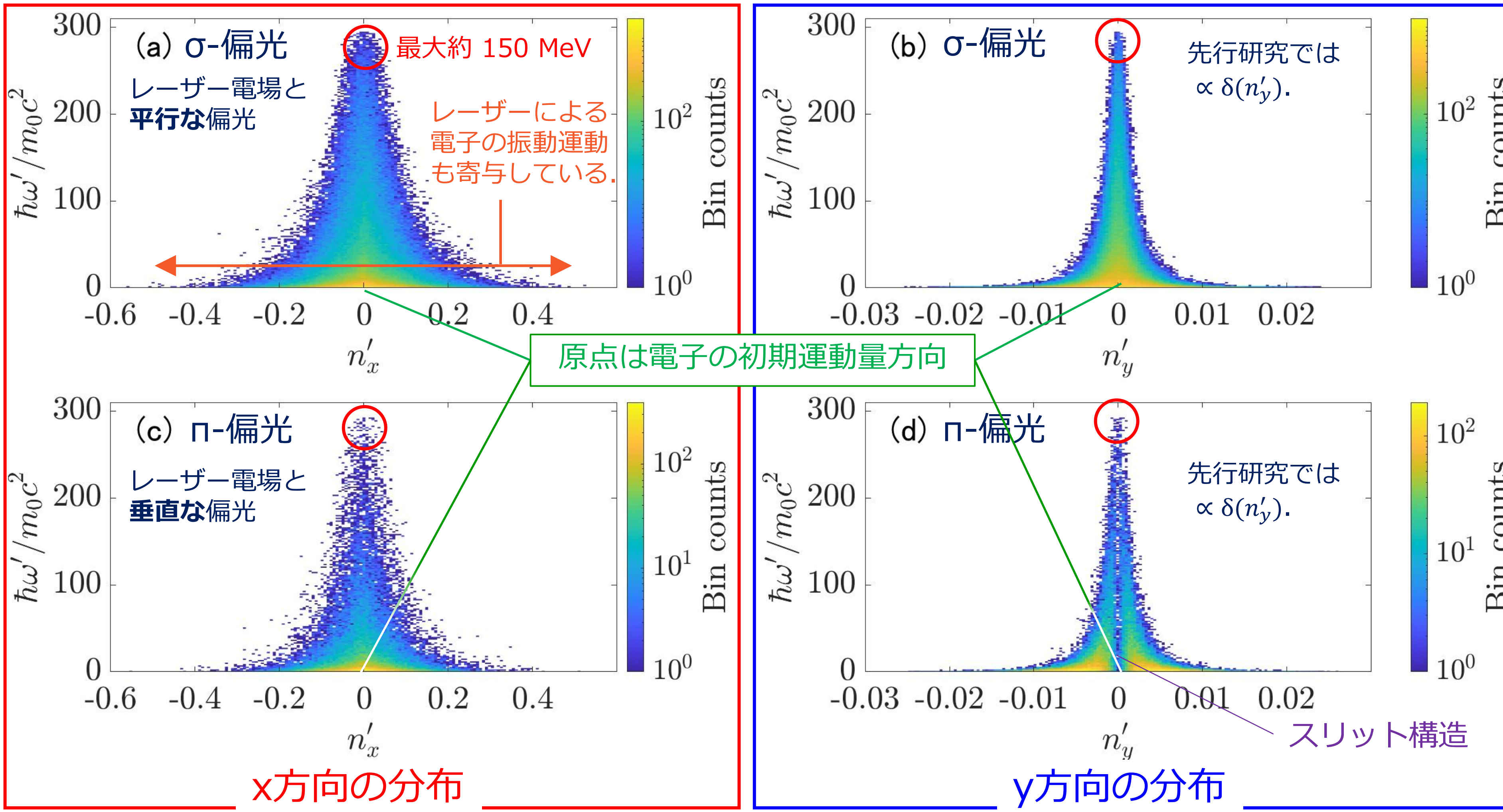


開発コードによる計算結果：
光子のエネルギー・角度スペクトル

Keita Seto (NIFS)
研究部セミナー
28.11.2025

エネルギー $\hbar\omega'$を(n'_x, n'_y)の関数とみなしたときの角度スペクトル.
$\boldsymbol{n}' = (n'_x, n'_y, n'_z)$ は輻射光子の $\boldsymbol{k}'$ を規格化したベクトル.

瀬戸（レーザー研究，2023）



開発コードによる計算結果：
電子エネルギー発展と運動量広がり

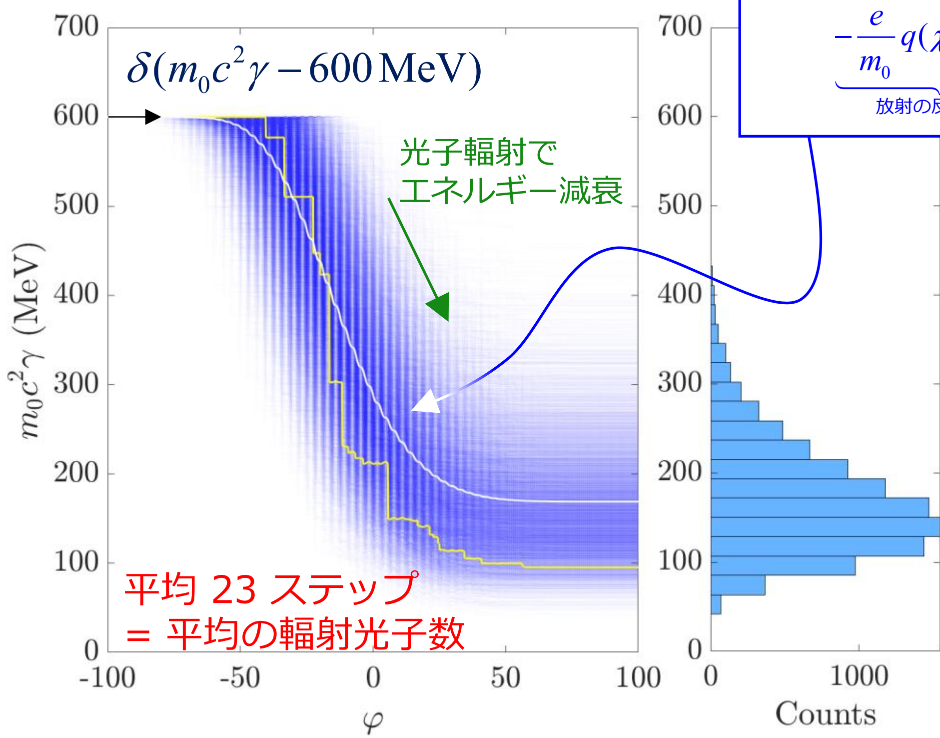
Keita Seto (NIFS)
研究部セミナー
28.11.2025

光子の運動量広がりが**電子の運動量広がりを生む**.

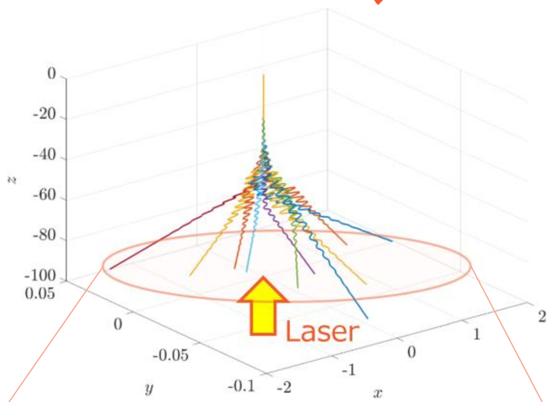
Blue curves: 10^4 MC samples
Yellow curve: MC samples
White curve: average

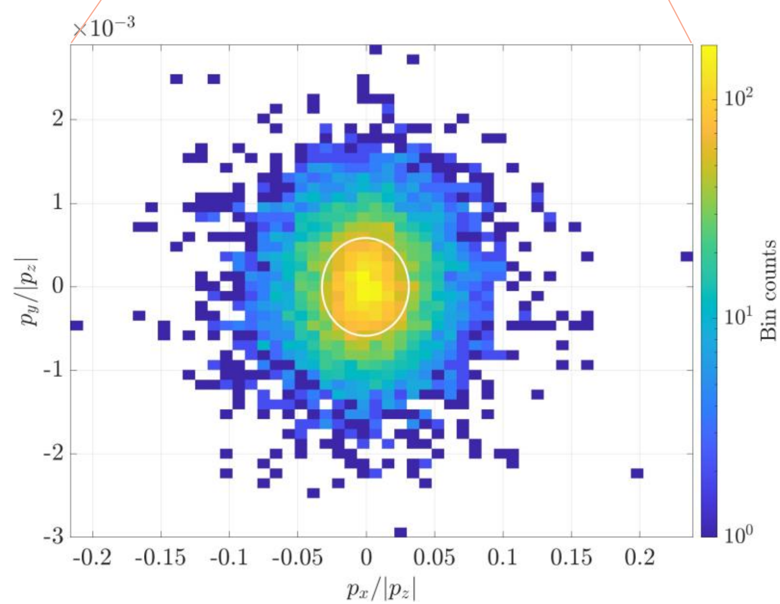
平均→準古典論

$$\frac{dp^\mu}{d\tau} = -\frac{e}{m_0} F^{\mu\nu} p_\nu \underbrace{- \frac{e}{m_0} q(\chi) F_{\mathrm{LL}}^{\mu\nu} p_\nu}_{\text{放射の反作用力}}$$



電子の運動エネルギー発展と
レーザーパルス通過後の電子エネルギースペクトル



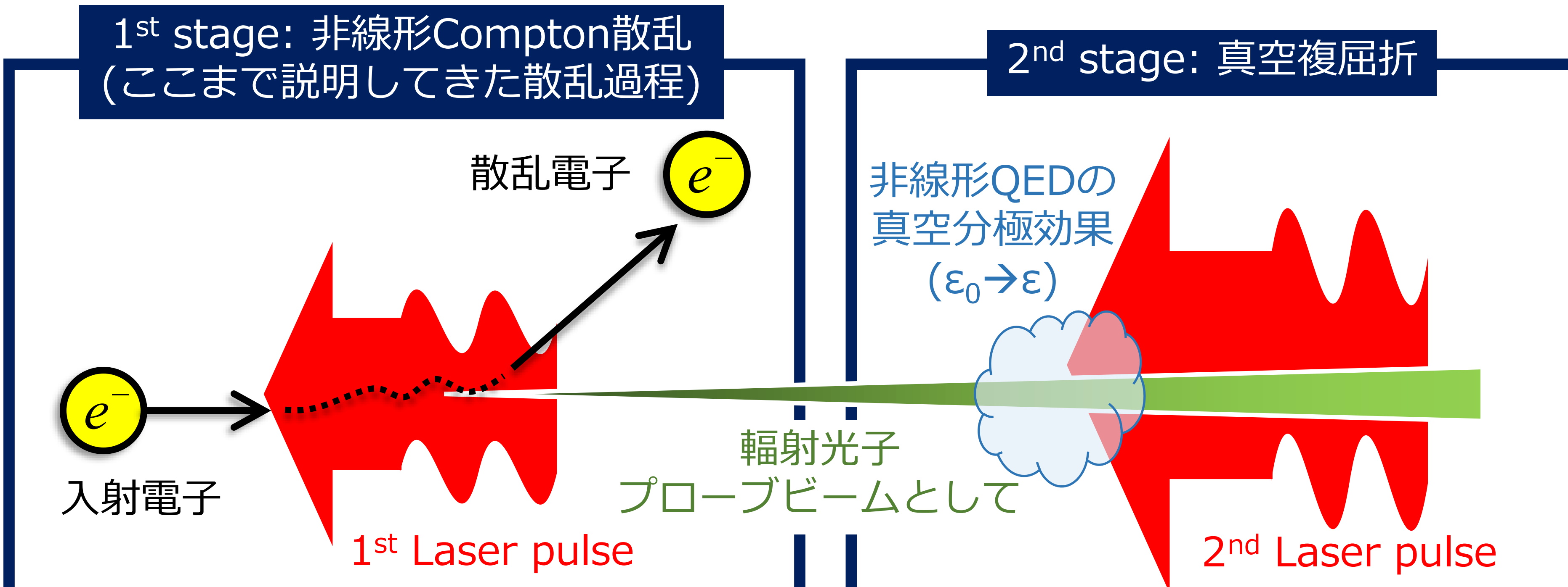


散乱電子の運動量広がり

瀬戸（レーザー研究，2023）

将来の非線形QED実験案

QED真空複屈折を計測する実験案
1st stage ：1つ目のレーザーパルスで非線形Compton散乱で高エネルギー光子を作る.
2nd stage：2つ目のレーザーパルスを集光して真空を揺らがせる.
1st stageで作った光子をその領域に通すと，偏光が回転する.



[600 MeV e$^-$ case] K. Seto, et al., HEDP **38**, 100919 (2021); 瀬戸, レーザー研究 **51**(5), 337-341 (2023).

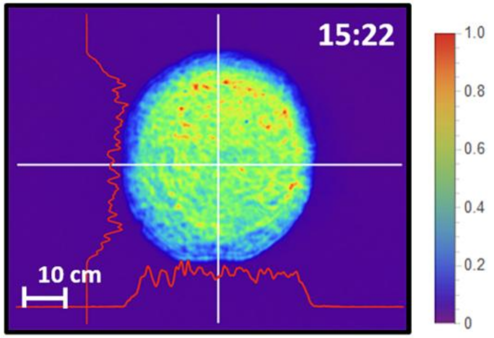
For example, S. Gales, et al., Rep. Prog. Phys. **81**, 094301 (2018).

まとめ

- 古典・準古典論的な電子の放射の反作用について紹介した.
- 非線形QEDの散乱について簡単に紹介した.
  - **非線形QED**は**量子化された電磁場と古典的レーザー電磁場が共存する系**.
  - レーザー電磁場をコヒーレント状態の電磁場であるとした.
- 無偏極電子の非線形Compton散乱について.
  - レーザー電磁場を平面波パルスと仮定.
  - Locally Constant field approximation (LCFA) を採用.
    - 高強度電磁場で有効な確率公式に.

【将来展望】

- **平面波でない高強度レーザーパルス**でも計算可能なモンテカルロ計算は？
  - 実際の高強度レーザーは有限な断面プロファイルをもち平面波ではない (右図).
- **LCFA を使用しなくてよい手法**は？
  - **レーザーパルスの立ち上がり時**にLCFAが破綻する低-中レーザー強度領域がある.
  - LCFAがOKな高レーザー強度へどう接続するか？



ELI-NP 10 PWパルス断面プロファイル

Radier et. al., (High Power Laser Sci. Eng., 2022)より.

Thank you!