



2025年度 核融合科学研究所 成果報告会

ベイズ最適化を用いた閉じ込め磁場配位の多目的最適化

構造形成・持続性ユニット

佐竹真介、山口裕之、藪本宙(総研大D卒)

2026年6月16日

構造形成・持続性ユニットにおける最適化配位研究

- 磁場配位の構造（対称性 etc.）と、その中のプラズマの挙動（安定性、輸送、自発的構造形成 etc.）の関係性や相関関係を解き明かす
⇒ 当ユニットの研究活動における主要目標の1つ。
- 上記の研究はそのまま、核融合炉設計における最適化配位探索へと応用できる。
- 理論予測（こうすればこう良くなるはず）と、その具現化の手法の開発（こうやれば理論予測のように作れる）の両輪を回すことが、核融合発電の実現という究極目標に進む道筋。
- 当ユニットのメンバーの多くが、これまでも、現在も、配位最適化研究に携わっている。
 - CFQS装置のデザイン、建設、オペレーション（清水、磯部、高橋、小川）
 - CHD-U装置設計活動（山口、小川、佐竹）
 - 本日はそのような研究活動のなかから、昨年度総研大を卒業した藪本君と佐竹が進めてきた多目的最適化配位探索法の研究を紹介する。

本研究の概要

「良いプラズマ閉じ込め」のための理論予測による指標（評価関数）

- 磁場配位対称性 → 新古典輸送の低減
- 磁気井戸、高磁気シア、… → MHD平衡安定性
- 磁力線の測地線曲率
→ ゾーナルフローによる微視的乱流抑制
- 工学的な要請（容器-最外殻磁気面距離 etc.）
- 経済的な要請（設計の複雑さ、装置サイズ etc.）

それぞれ、最適化のキーとなる構造上の特徴があり、相反するものもある。

核融合炉を設計するには、多数の設計指標の磁場配位依存性を評価できるモデルを構築し、多目的最適化問題として探索する手法が必要になる。



- **ガウス過程回帰**による代理モデル
- **ベイズ最適化**によるパレート最適解探索法

この2つを組み合わせた探索モデルを構築

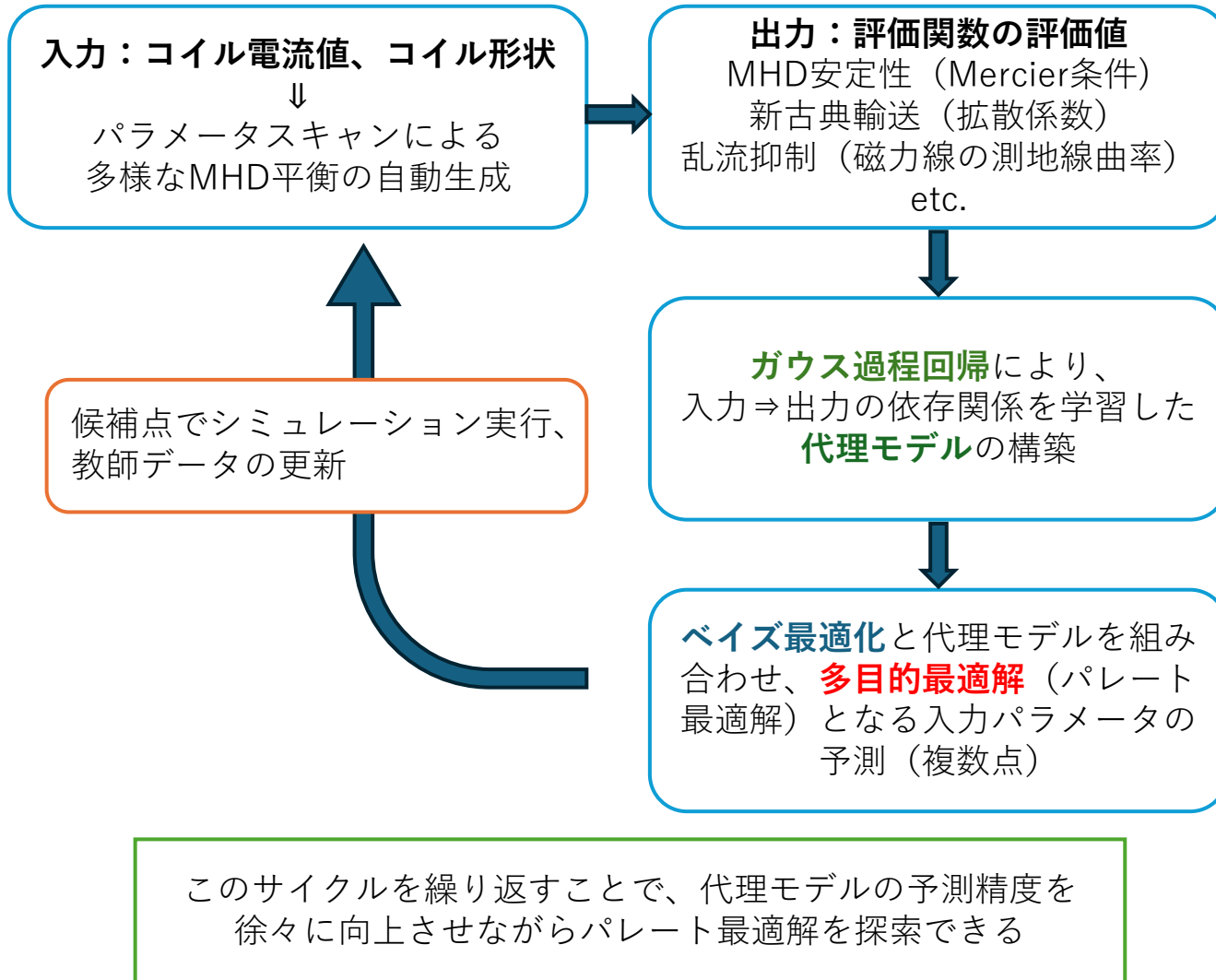
OUTLINE

1. 研究の背景と目的
2. 磁場配位最適化探索の手法
 - ガウス過程回帰による評価関数の代理モデル構築
 - ベイズ最適化手法とガウス過程回帰を組み合わせた多目的最適化
3. 多目的最適化探索の実行例
 - LHDコイル電流値のみを入力パラメータとした配位探索
 - 新古典輸送、MHD安定性、プラズマ体積の多目的最適化
4. 乱流輸送低減の最適化に向けた評価関数の構築
 - 磁力線の測地線曲率とzonal flow残留レベルの相関
 - GKVシミュレーションによる検証
5. まとめと今後の展望

1: 研究の背景と目的

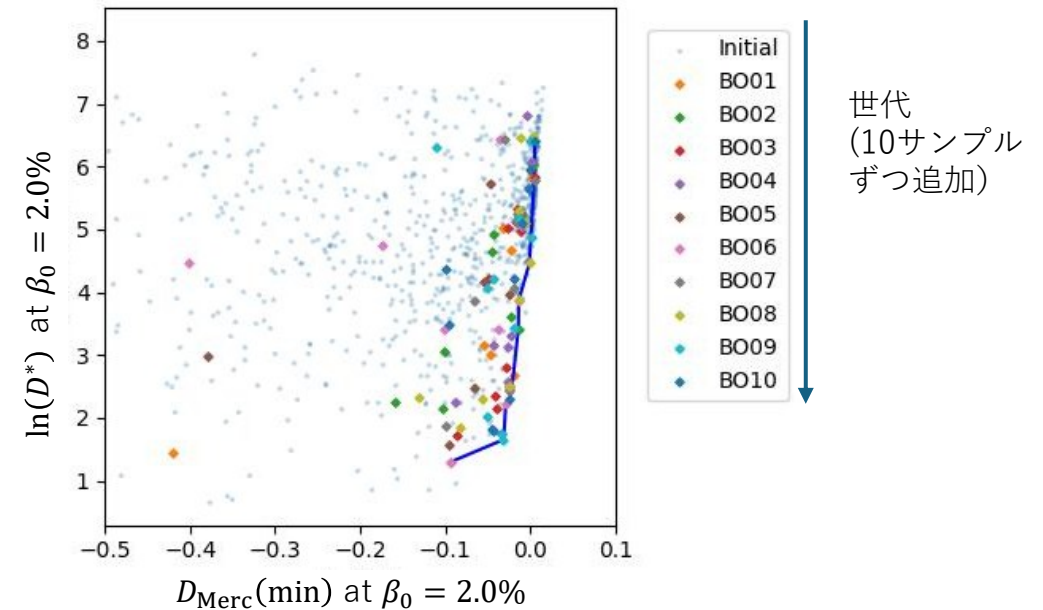
- 核融合装置の磁場配位最適化に使われる評価関数
 - 新古典輸送（径方向輸送、ブートストラップ電流）、MHD安定性(Mercier条件)、乱流輸送、プラズマ体積、…
- 装置の設計段階だけでなく、オペレーション段階においても、利用可能なコントロールノブ（コイル電流値）を調整し、上記の複数の評価関数を同時に望ましい状態に持っていきたい（あるいは他すべてを変えず1つのみ変えるなど）。
- 評価関数の磁場配位依存性を、MHD平衡やその中での新古典・乱流輸送の詳細なシミュレーションを行わずとも、コイル電流値のみから予測できるモデルが作れば、様々な磁場配位の中から多目的最適化された配位を探索できる。
- 本研究では、ガウス過程回帰による評価関数の予測と、ベイズ最適化を組み合わせた磁場配位の多目的最適化の可能性を探った。
- 計算コストの高いジャイロ運動論による乱流輸送レベルを予測できる評価関数として、磁力線の測地線曲率が利用できるかの検証を行った。

機械学習による多目的最適化配位探索法の構築



LHD磁場配位探索への応用例

LHDのヘリカルコイル、垂直磁場コイルの電流を設計の許容範囲内で広範にスキャンして、MHD安定性と新古典拡散を同時最適化



世代を重ねると、パレートフロントに予測点が収束。

今後の展開

- プラズマシミュレータを用いた大規模探索、より高度な評価関数の導入
- CHD, CHD-U用の平衡データベースの自動作成

2 :磁場配位最適化探索の手法 Gaussian Process Regression (GPR)

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_0(\mathbf{x}_1) & \cdots & \phi_L(\mathbf{x}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_0(\mathbf{x}_N) & \cdots & \phi_L(\mathbf{x}_N) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_0 \\ \vdots \\ w_L \end{pmatrix}$$

In a linear regression model as above, assuming that $\mathbf{w}$ is generated from **Gaussian distribution** with mean 0 and variance $\lambda^2 \mathbf{I}$

$\mathbf{w} \sim \mathcal{N}(0, \lambda^2 \mathbf{I})$,
distribution of $\mathbf{y}$ with observation noise σ is multivariate Gaussian distribution,

$$\mathbf{y} \sim \mathcal{N}(0, \lambda^2 \Phi \Phi^T + \sigma^2 \mathbf{I}).$$

In the expression, weight $\mathbf{w}$ vanishes.

Instead of calculating $N \times N$ covariance matrix using Φ

$$\mathbf{K} = \lambda^2 \Phi \Phi^T + \sigma^2 \mathbf{I},$$

kernel function, which directly calculates (n, n') element of $\mathbf{K}$

$$K_{nn'} = k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n'}),$$

can be used. In this study, ARD kernel function is used:

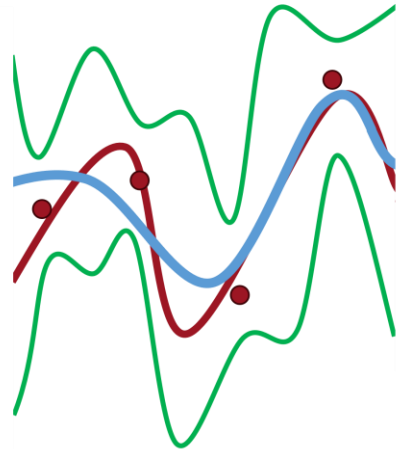
ARD (automatic relevance determination) **kernel** with D -dimensional input $\mathbf{x}$

$$k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n'}) = \exp \left(- \sum_{i=1}^D \frac{|x_{n,i} - x_{n',i}|^2}{\eta_i^2} \right) + \sigma^2 \delta(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n'})$$

η_i, σ : Hyperparameters

Training of the hyperparameters is carried out using **ADAM**(adaptive moment estimation) method.

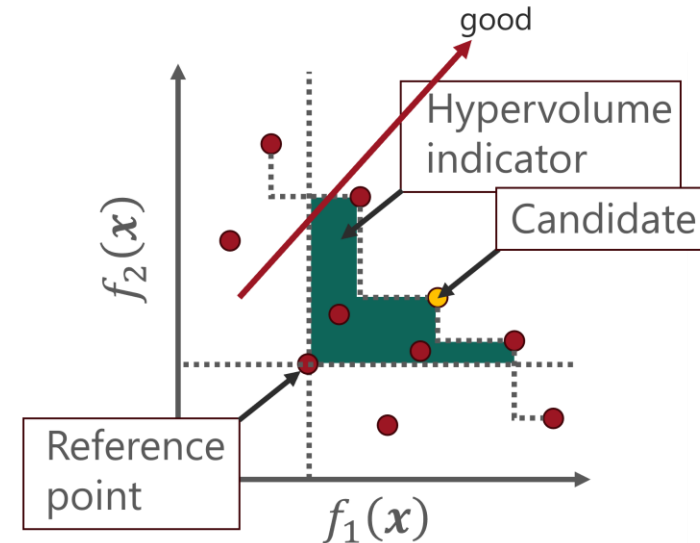
2 :磁場配位最適化探索の手法 Bayesian Optimization



- Data (with observation error)
- Prediction (mean)
- Prediction (variance)
- Actual Model

- By GPR, predictive distribution is obtained with the **mean** and the **variance**, i.e., with the **uncertainty information**.
- This information is used to determine the **next point to be investigated** in the optimization.

Acquisition Function : How to choose a candidate of input parameter



Expected hypervolume improvement (EHVI)

EHVI measures the expected gain in Pareto front hypervolume from evaluating a new point.

qEHVI : approximate EHVI by Monte Carlo method, and proposes multiple candidate solutions.

3 : LHDにおける多目的最適化のテスト

We applied Bayesian optimization to multi-objective optimization problems for LHD.

- The 4 operatable parameters in LHD: the current of the three pairs of the vertical field coils (OV, IS, and IV) and the minor radius of the current center of the helical coils a_c .
- The total current of the helical coils is fixed.
- The three layers of coils are approximated by a single filament.
- Parameters are scanned within the range of design limit.

Parameter	Range	Step
OV	[-3.50,-2.00] MA	0.10 MA
IS	[-3.0, 3.0] MA	0.25 MA
IV _{mag}	[0.20, 1.60]	0.10
a_c	[0.865, 1.085] m	0.01375 m
Total cases	102,000	

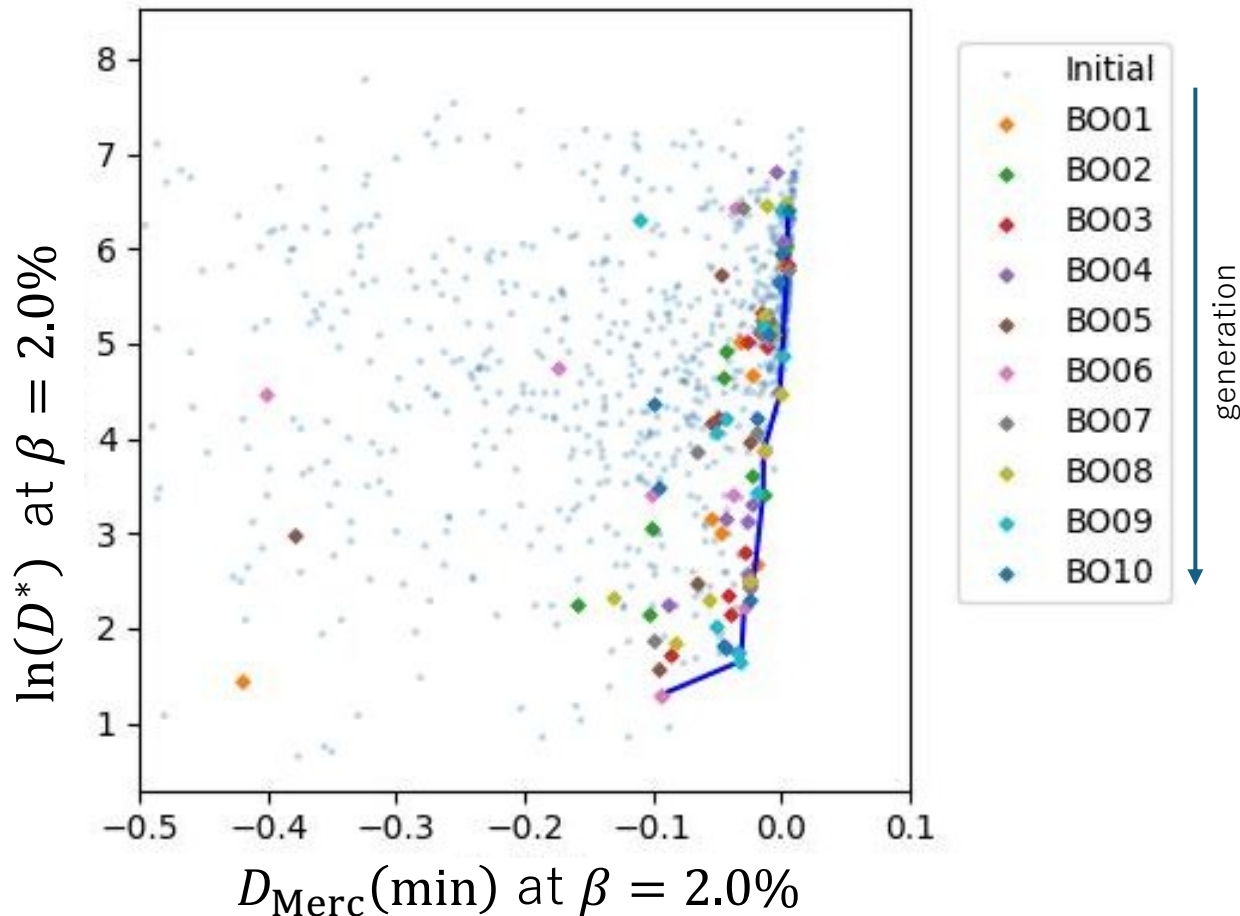
Changing the current ratio in three layers of helical coils γ corresponds to change of a_c .

$$\gamma \equiv \frac{m_c a_c}{l_c R_c} = \frac{10 \times a_c}{2 \times 3.90}$$

✓ Objective functions

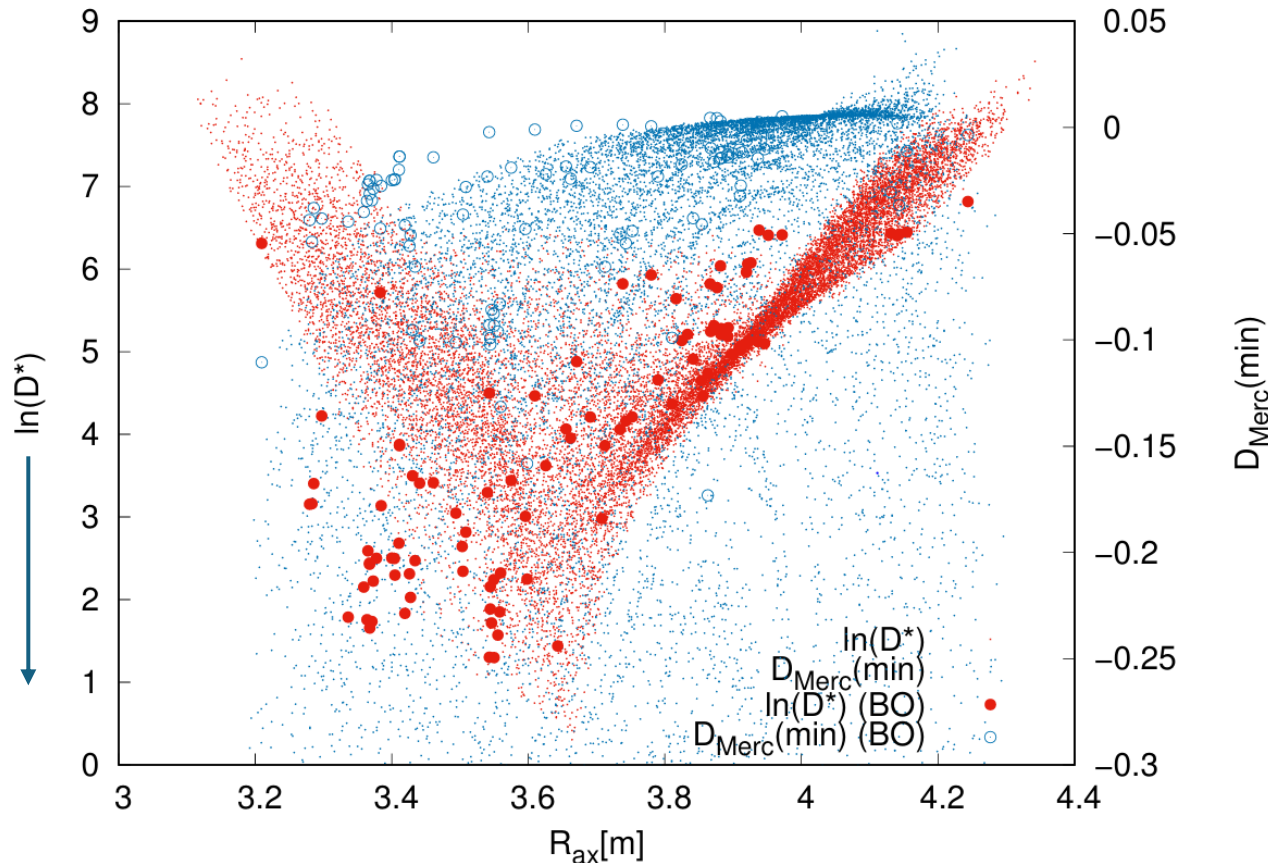
- $D_{\text{Merc}}(\text{min})$, $\beta_0 = 2.0\%$ (Mercier criterion, $D_{\text{Merc}} > 0$ is stable)
- $\ln(D^*)$ (neoclassical diffusion coefficient at $r = 0.7a$, $1/\nu$ regime)
- V (volume, added in three-objective case)

Two-objective BO ($\ln(D^*)$, $D_{Merc}(\min)$)



- Initial: 1,000 training data
BO_i: Actual values at predicted points in i-th BO cycle
- As optimization progresses, solutions approaches the Pareto front.
- Exploring the Pareto front to small- D^* & small- D_{Merc} region was insufficient. Need to refine the algorithm to predict the candidate points.

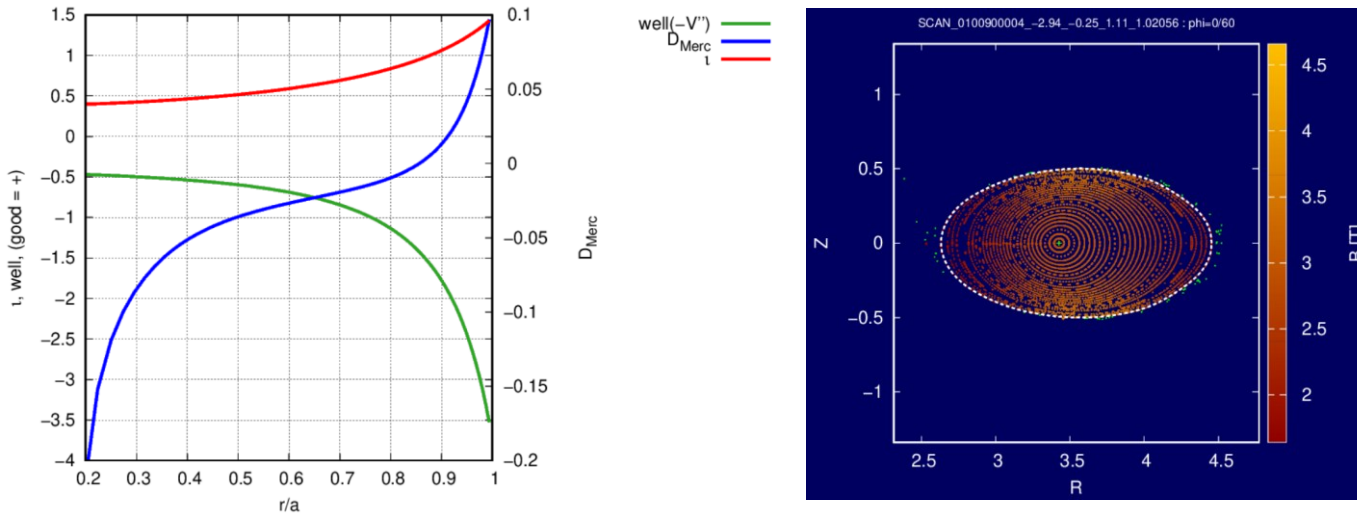
Distribution of $\ln(D^*)$ and $D_{Merc}(\min)$



- In standard LHD configurations, the minimum D^* is around $R_{ax} = 3.53$ m, while MHD stability is better when it is shifted outward. Similar tendency is observed in extensive scans as well.
- Pareto solutions appears mainly at small R_{ax} ($\sim 3.4 - 3.6$).
- As a result of trying to lower D^* , there were many inward configuration with $D_{Merc}(\min) < 0$, but BO tried to find the values close to 0.

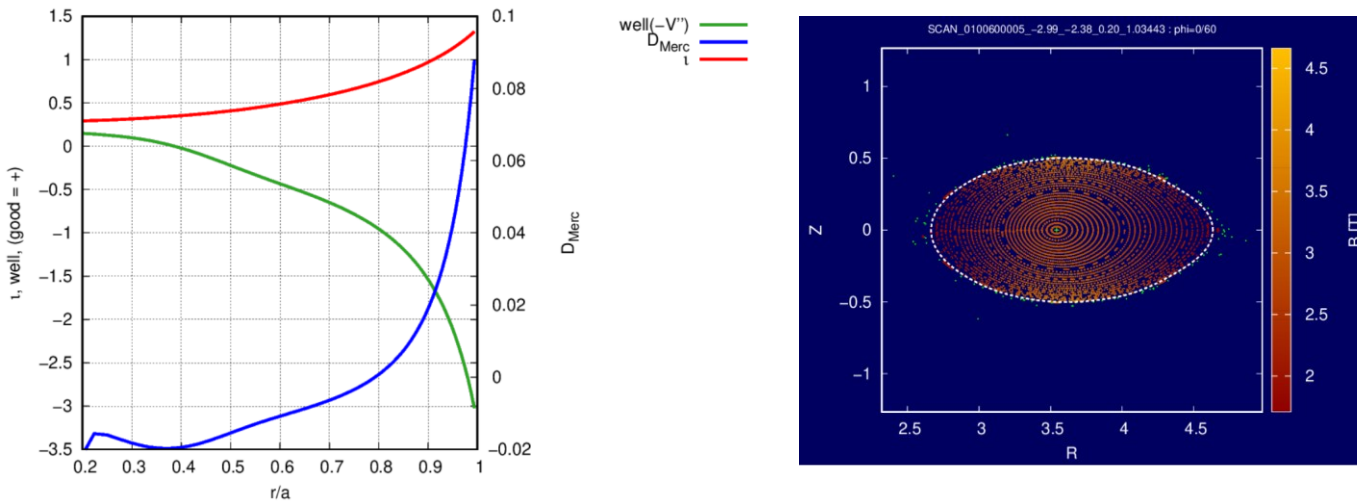
Sample of two- and three-objective BO

- A: Two objectives



- Although $D_{\text{Merc}}(\text{min})$ is marginally unstable, these samples may achieve a balance among a moderate level of neoclassical transport and marginal MHD stability, and large plasma volume.

- B: Three objectives



Quantity	Sample A (two-objective)	Sample B (three-objective)
V	32.0	34.2
$D_{\text{Merc}}(\text{min})$	-0.051	-0.194
$\ln(D^*)$	2.03	3.36
γ	1.308	1.326
B_q (quadrupole)	93.35	124.0
κ (ellipticity)	1.09	1.018
R_{ax}	3.427	3.543
H-S distance	0.350	0.352

4 :乱流輸送低減の最適化に向けた評価関数の構築

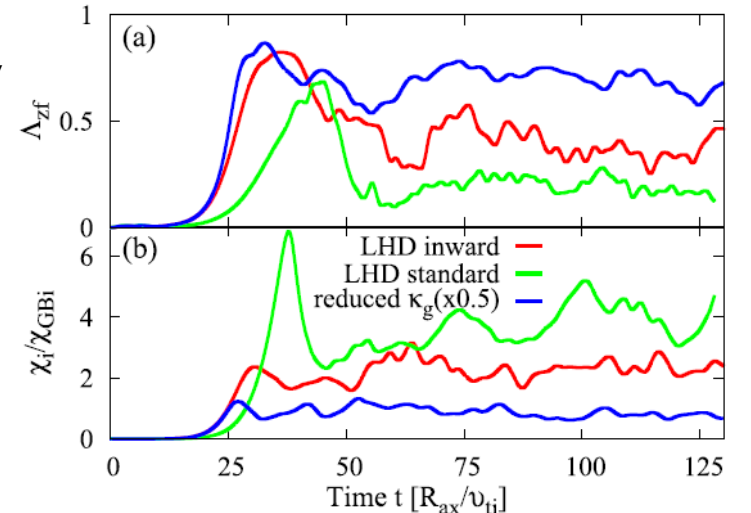
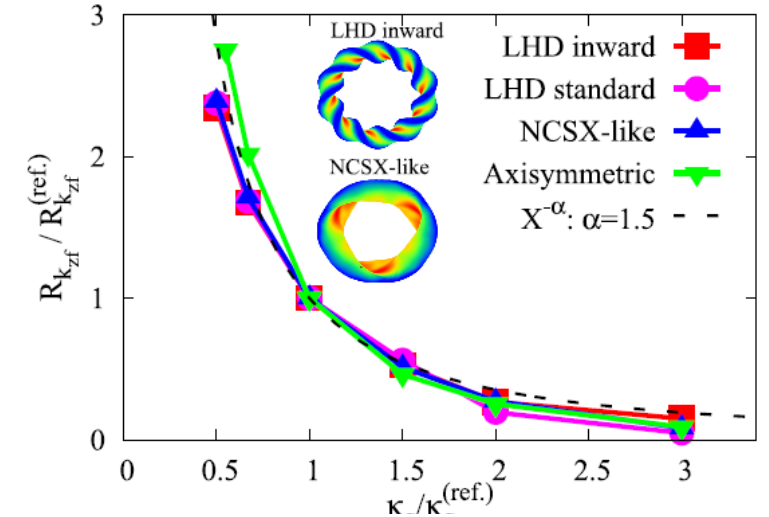
- Nataka (PFR2022) has proposed that **smaller magnetic field line geodesic curvature enhances zonal flow residuals**, suppressing nonlinear saturation of turbulence.
- This trend has been confirmed by flux-tube gyrokinetic simulation GKV.

**Guiding-center drift frequency
(in flux-tube coordinates):**

$$\begin{aligned}\omega_{Ds} &= \frac{1}{e_s B} \mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{b} \times (\mu \nabla B + m_s v_\parallel^2 \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{b}) \\ &= \frac{(\mu B + m_s v_\parallel^2)}{e_s c_B} (\mathcal{K}_g k_x + \mathcal{K}_n k_y).\end{aligned}$$

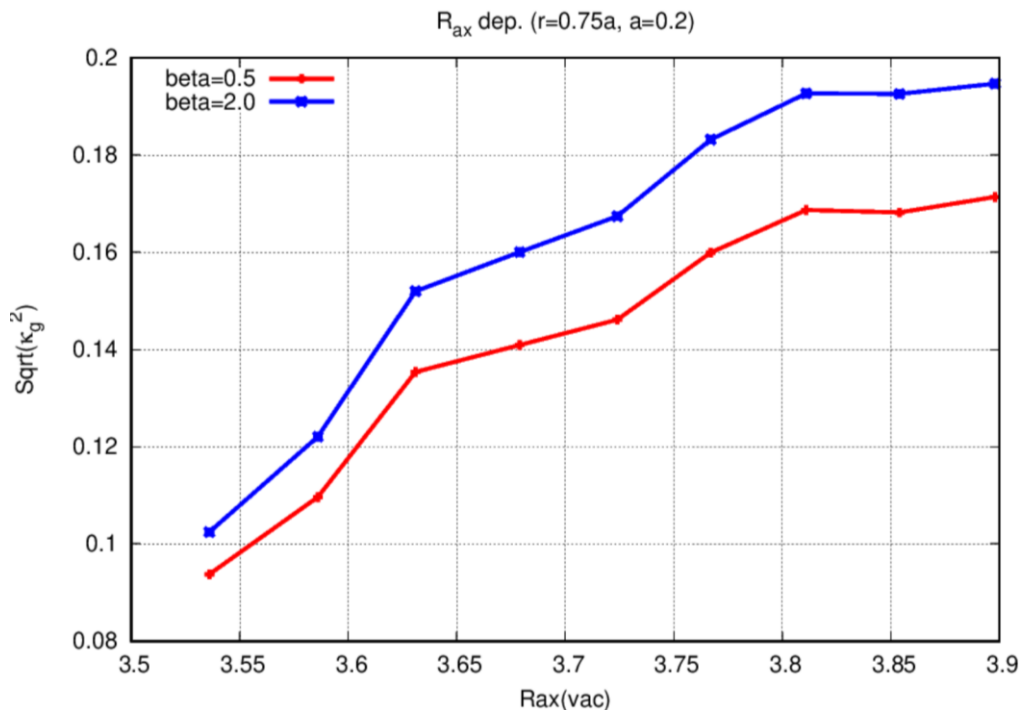
$$K_g = \left(\frac{\psi'_{\parallel}}{B} \right) \boldsymbol{\kappa} \cdot \nabla \mathbf{x} \times \mathbf{b}, \boldsymbol{\kappa} = \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{b} : \text{Geodesic curvature}$$

Λ_{ZF} : ratio of ZF /
turbulent energy



(Nakata et al. PFR 2022)

K_g の磁気軸位置依存性の検証



- Dependence of the geodesic curvature on R_{ax} is checked in wider range than the previous studies.
 - Here, $\gamma \propto a_c$ and B_q are still fixed to the standard values (1.254, 100%).
- It is confirmed that $\sqrt{\langle \kappa_g^2 \rangle}$ increases with R_{ax} in wide range.

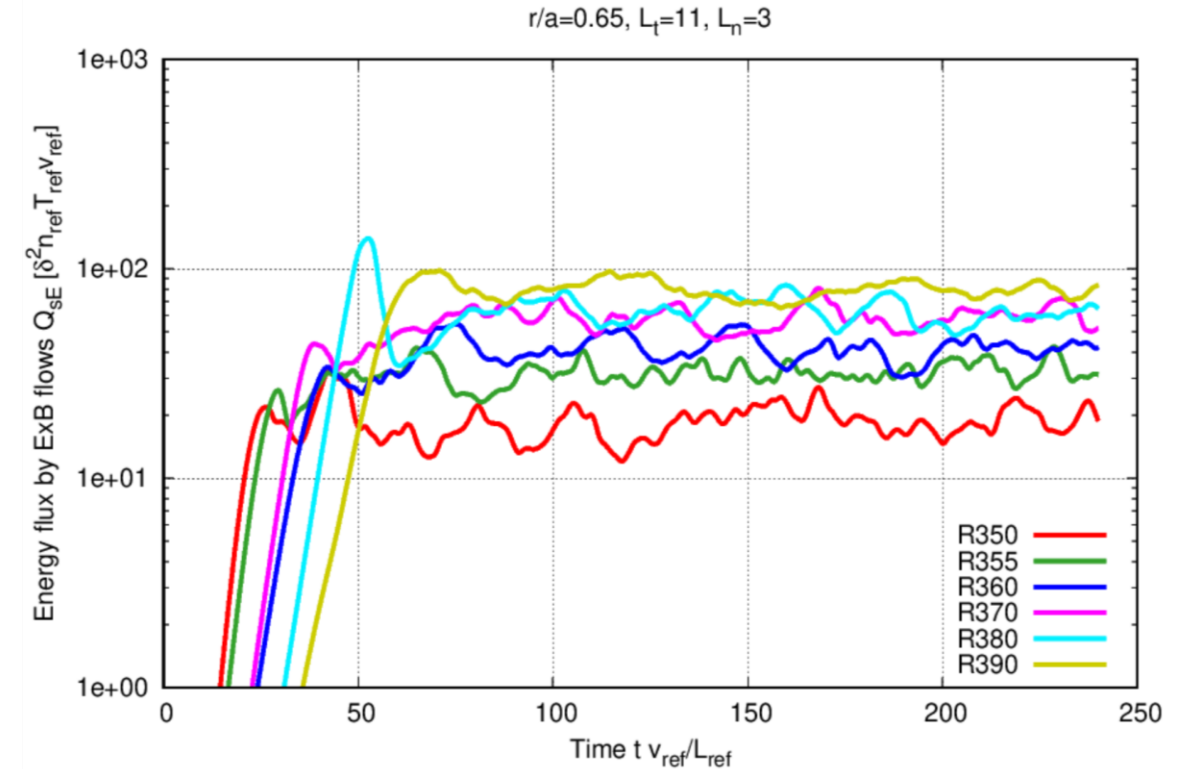
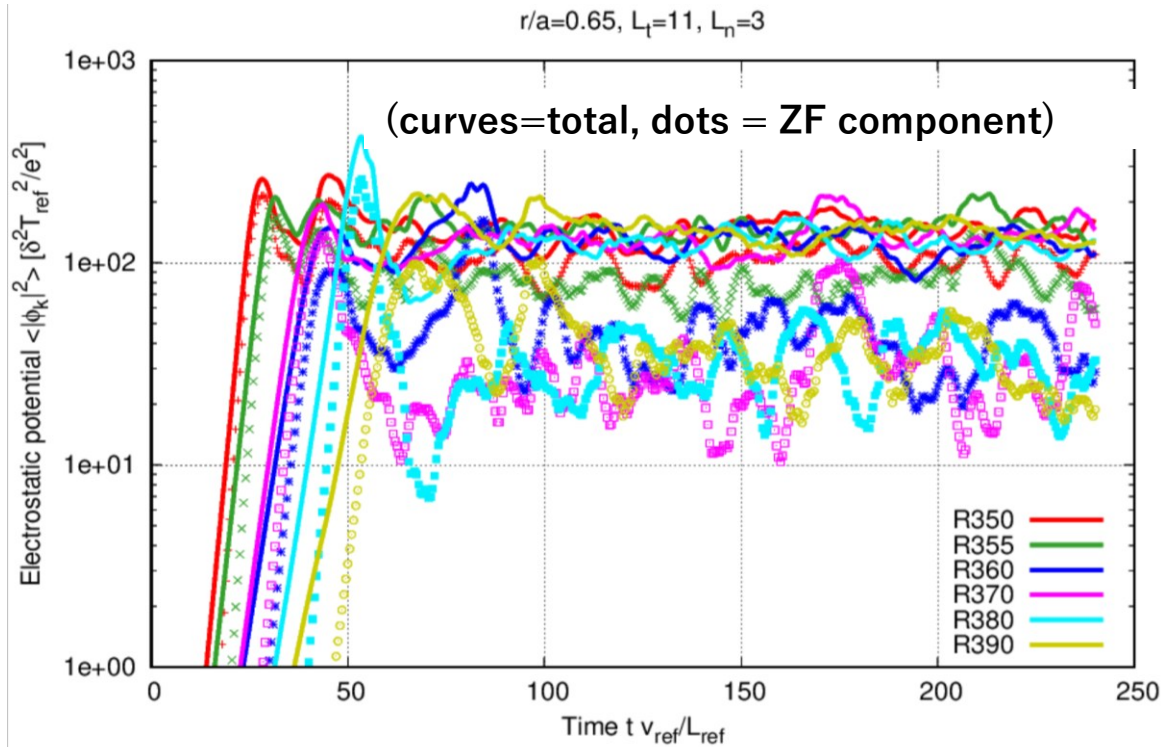
Flux-tube average of K_g : $\sqrt{\langle K_g^2 \rangle}$
 Window size : $a = 0.2$

$$\langle F \rangle = \frac{\int_{(-b-\theta_0)\pi}^{(+b-\theta_0)\pi} d\theta \left| \frac{G+iI}{iB} \right| F(\rho, y_0, \theta) W(\theta)}{\int_{(-b-\theta_0)\pi}^{(+b-\theta_0)\pi} d\theta \left| \frac{G+iI}{iB} \right| W(\theta)},$$

θ_0 is chosen to the center of the bad-curvature region

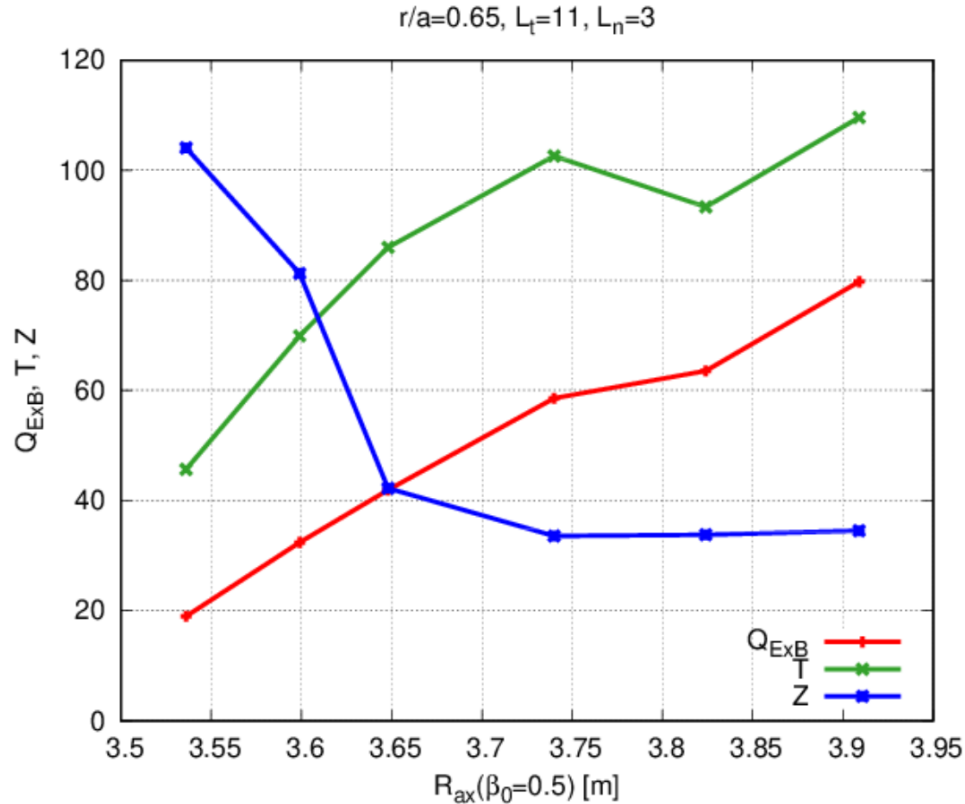
$$W(\theta) = \exp \left[-\frac{(\theta - \theta_0)^2}{(a\pi)^2} \right]$$

ITG乱流の磁気軸位置依存性

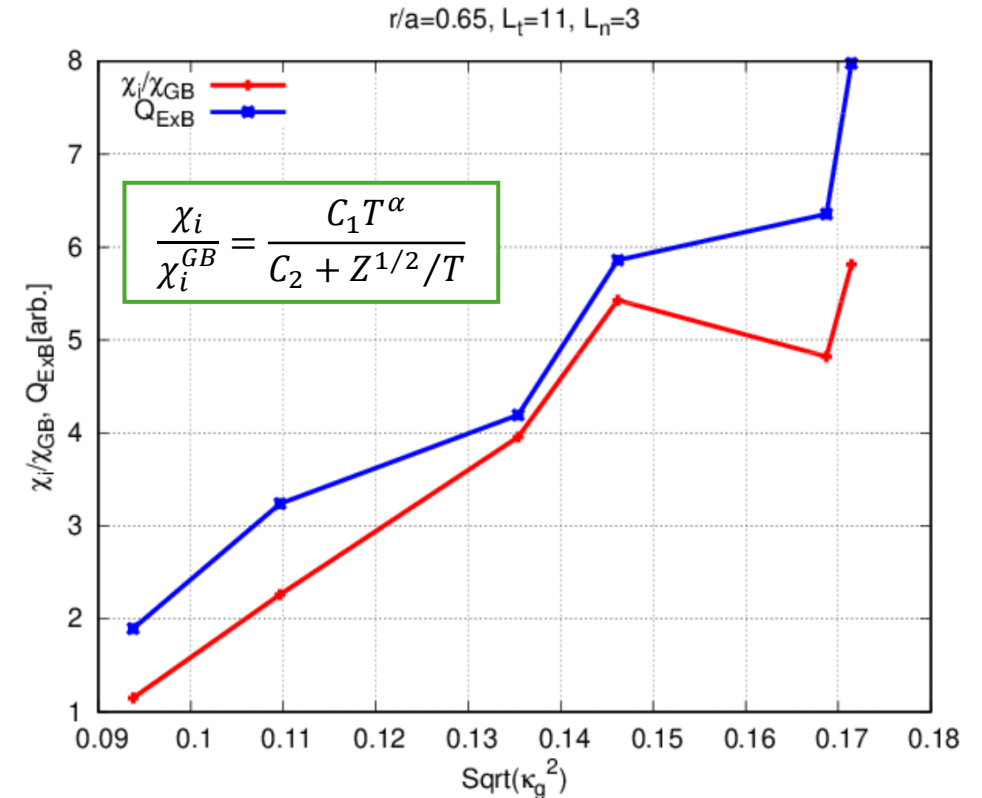


- Nonlinear ITG turbulence simulations have been conducted.
- Inward-shifted config. = Bad curvature $\rightarrow$ Initial linear growth rate is faster
Higher ZF residual level $\rightarrow$ NL saturation level is lower
- **Turbulent energy flux is smaller for inward-shifted config. (=small- κ_g).**

ITG乱流の磁気軸位置依存性



- The total turbulent energy ($T+Z$) is almost the same, but large ZF can suppress the $Q_{E \times B}$ for $R_{ax} < 3.65$.



- Dependence of $Q_{E \times B}$ and the regression model of χ_i on $\sqrt{\langle \kappa_g^2 \rangle}$.
- Good agreement in wide range.

5: まとめと今後の展望

まとめ：

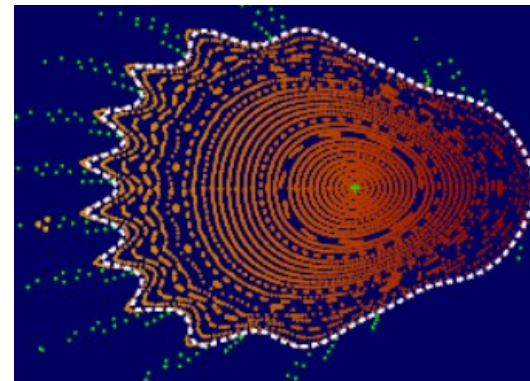
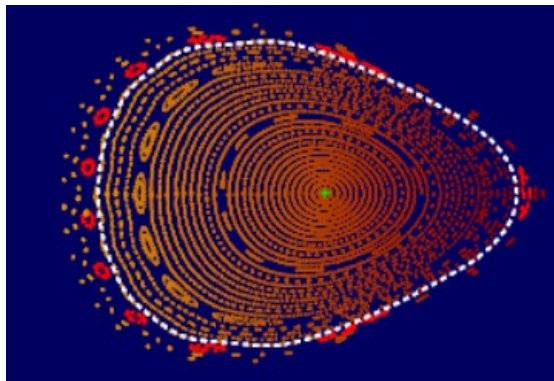
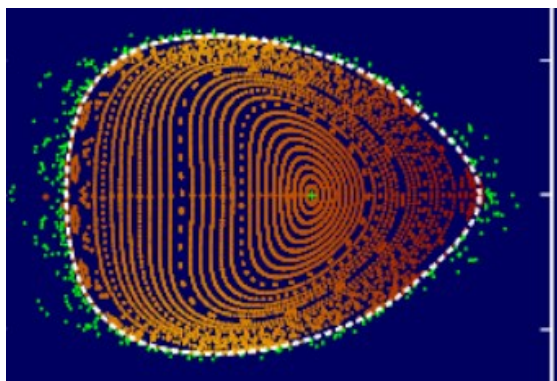
- ガウス過程回帰とベイズ最適化を組み合わせた最適化配位探索法をLHDで試した。
- コイル電流値のみから新古典輸送とMHD安定性を同時最適化する探索ができることを示した。
- 磁力線の測地線曲率が小さい配位ほど、ITG乱流の非線形シミュレーションにおいてZonal flowの残留レベルが高くなり、結果乱流熱輸送が抑えられることがLHDの幅広い配位で確認できた。

今後の展望：

- コイル電流値のみから磁力線の測地線曲率を予測するガウス過程回帰モデルの構築。
- 非線形ジャイロ運動論シミュレーション（GKV, GX）を教師データとしたガウス過程回帰モデルの構築（ZF残留強度、乱流熱輸送）。
- 測地線曲率 K_g だけでなく、good-bad-curvatureを決める K_n (normal curvature)も入力パラメータに入れることによって予測精度が向上するか？
- 現在、MHD平衡は固定境界で扱ってるが、核融合炉の高 β プラズマを想定したFree-boundary計算の導入による、Shafranov shiftの安定性・輸送への影響の評価も取り入れる。
- ブートストラップ電流の簡易評価法の開発と評価関数への導入。

本研究の応用

- コイル電流・コイル形状を入力パラメータとして、MHD平衡磁場（ゼロ β 、有限 β ）を自動的に計算する手法が、本研究を通じて開発されている。
 - 複雑な最外殻磁気面形状や、エルゴディック層に挟まれた閉じた磁気面も自動検出可能。計算コストも低い（1配位数分程度）。
 - 有限 β における最外殻磁気面外側の磁場構造(ダイバータレッグ、真空容器との干渉)も評価可能な形で開発中。



この磁場配位自動計算法を用いて、以下のことを目標としている。

- CHD, CHD-U実験のためのMHD平衡磁場データベースを構築
- MHD平衡だけでなく、評価関数(新古典、Mercier, 乱流レベル、...)もデータベース化&ガウス過程回帰による、未登録磁場配位における予測&逆引き（条件を設定⇒コイル電流値）
- 公開データベース化して、様々な機械学習の基盤として活用